

EVALUER EN MATHÉMATIQUES : DES PISTES POUR UN ENRICHISSEMENT RÉCIPROQUE DE LA RECHERCHE EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES ET EN ÉVALUATION

Brigitte Grugeon-Allys

Université Paris Est Créteil

Laboratoire de Didactique André Revuz



Introduction

- Enjeux de ce troisième cours
 - Interroger les possibilités d'enrichissement réciproque de la recherche en didactique des mathématiques et en évaluation,
 - Prendre en compte les ancrages épistémologiques et théoriques propres à leurs approches : objets, questionnements et problématiques, cadres théoriques et conceptuels, méthodologies,
 - Repérer les apports, les limites et les évolutions possibles.
- Projet ANR « Néopraéval » depuis 2014
 - Une nécessité de questionner les liens entre les champs théoriques de l'évaluation et des didactiques

Une équipe pluridisciplinaire

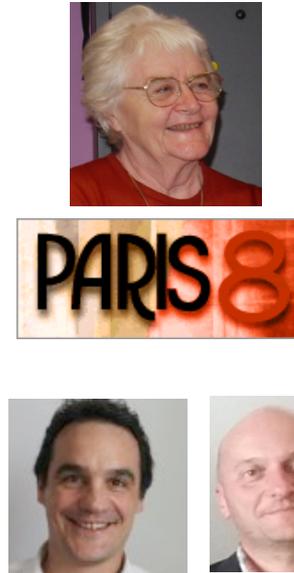
• Informatique



➤ Enseignants



• Ergonomie



• Didactique des maths



• Sciences de l'éducation Paris 5



EDA



Plan

- I. L'évaluation dans les recherches en DDM avant 2000
- II. Le paradigme de l'évaluation formative et de la régulation
- III. Référence et validité des évaluations
- IV. Processus d'évaluation et pratiques évaluatives
- V. Conclusion et perspectives

L'ÉVALUATION DANS LES RECHERCHES EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES AVANT 2000

Articles en DDM avant 2000

- Bodin, A. (1997). L'évaluation du savoir mathématique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 17(1), 49-96.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Recherches en didactique des mathématiques. Grenoble : La Pensée Sauvage. .
- Brousseau; G. (1979), Evaluation et théories de l'apprentissage en situations scolaires (Polycopié non publié).
- Chevallard, Y., & Feldemann, S. (1986). *Pour une analyse didactique de l'évaluation*. Marseille : IREM d'Aix-Marseille.
- Chevallard, Y. (1989), Evaluation, véridiction, objectivation – la relation didactique comme caprice et miniature. in J. Colomb et J. Marsenach (éds), *L'évaluateur en révolution*, INRP, Paris, p. 13-36.
- Grugeon, .B. (1997). *Recherches en didactique des mathématiques*, 17(2), 49-96.
- Margolinas, C. (1992). *Recherches en didactique des mathématiques*, 17(1), 49-96.
- Vergnaud, G. (1990). *La théorie des champs conceptuels*. *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 10/2.3, 133-170.

Evaluation : un objet potentiel d'évaluation

Tyrannie du processus d'évaluation (Chevallard et Feldmann, 1986)

Evaluation : point aveugle de la didactique (Bodin, 1997)

Faits d'évaluation : des objets potentiels d'étude (Chevallard, 1989)

« Comment le problématiser ? Comment inscrire dans la théorie – instrument de l'étude à conduire – les moyens de cette étude ? » (Chevallard, 1989, p17)

«() aider à placer l'évaluation dans le domaine mathématique sous le contrôle du didactique. » (Bodin, 1997, p 53)

Savoir mathématique au cœur de la question de l'évaluation

Evaluation : fonction de véridiction

- ÉVALUER « suppose d'*organiser* et d'*étudier* des situations permettant de recueillir des informations qui, *après traitement*, soient susceptibles de révéler quelque chose de fiable et de substantiel sur la «*valeur*» d'un «*objet*». » (Bodin, 1997, p 60)
« lorsque l'évaluation renonce à tenter de dire quelque chose sur la *valeur*, elle perd sa raison d'être » (Bodin, 1997, p 60)
 - Etudier les faits évaluatifs et les phénomènes associés (contrat didactique, pratiques évaluatives, ..)
 - Position de l'évaluateur : légitimité de l'institution
 - Redonner une place à la fonction de véridiction affaiblie par certaines pratiques d'évaluation (Chevallard, 1989)
- « La véridiction a (..) une fonction *d'objectivation*. Elle expose une vérité institutionnelle » (p11)

Evaluer les processus d'apprentissage des élèves (Vergnaud, 1986)

- Approche cognitive et didactique
- Point de vue épistémologique : des conditions pour interpréter les connaissances et compétences des élèves
- « (...) il est nécessaire pour comprendre le développement et l'appropriation des connaissances (des élèves), d'étudier des ensembles assez vastes de situations et de concepts, c'est-à-dire des champs conceptuels. Etudier l'apprentissage d'un concept isolé, ou d'une technique isolée, n'a pratiquement pas de sens. » (Vergnaud, 1986, p28)
- Evaluer en terme de cohérence les connaissances et dégager des dominantes du profil cognitif (Grugeon 1997)

Une approche du processus d'évaluation dans l'interaction didactique (Feldmann et Chevallard, 1986)

- Donner « des éléments théoriques permettant de situer **le cadre dans lequel le processus d'évaluation prend sa place** » (p 67)
- Progression du processus didactique liée à deux axes, ceux de la chronogenèse et de la topogenèse, lors de la négociation didactique des exigences « *qu'il apparaît légitime d'imposer aux élèves (..), à propos de l'élément de savoir visé : types d'exercices ou de questions qu'il est légitime de poser, etc.* ».
- « L'interaction d'évaluation constitue le cœur de la négociation didactique ».
- Pour un interrogation, 4 étapes : rédaction de l'énoncé, passation de l'épreuve, construction d'un barème et correction.
 - Analyse de faits évaluatifs : variété des pratiques évaluatives, gestes d'évitement du savoir, baisse des exigences

Dans le cadre anthropologique (Chevallard, 1989)

Dans une institution I, Y (le professeur) va émettre un « verdict » sur le rapport personnel de X à O, $R(X, O)$: « Y évalue, ou du moins est censé évaluer, l'adéquation du rapport personnel $R(X, O)$ au rapport institutionnel $Rp(O)$ ».

- Ce verdict dépend du rapport personnel de Y à l'évaluation de O, $R(Y, \acute{E}val_p(O))$ qui peut être différent du rapport institutionnel $Rv(\acute{E}val_p(O))$ (p15)

Evaluation et processus d'enseignement en TSD (Bodin, 1997 ; Brousseau, 1979, 1995)

- Interroger les pratiques d'évaluation et la pédagogie par objectifs : « une fausse pratique du savoir » (Brousseau, 1979)
 - Le développement de situations de communication, de débat et de validation
 - L'étude d'un modèle de comportement de l'élève relatif à un concept à partir des réponses
- « la part de l'évaluation qui est intégrée aux situations d'apprentissage, qui joue un rôle positif dans les apprentissages, se trouve totalement intégrée au contrat didactique et ne peut plus être pensée de façon indépendante de la didactique. (...) Une partie au moins de l'évaluation (...) est strictement interne. La nécessité de vérifier les résultats obtenus et celle de se prononcer sur la valeur des procédures utilisées, font partie de l'activité normale du mathématicien comme de l'utilisateur des mathématiques. » (Bodin 1997 p.62-63)

Dialectique de la validation (Brousseau, 1986)

Evaluation, contrat et régulation didactique (Margolinas, 1993 ; Brousseau, 1995, 2003)

- Deux modalités des phases de conclusion (Margolinas, 1993) :
 - Phase d'évaluation : jugement de validité du professeur sur la réponse de l'élève
 - Phase de validation : l'élève décide de la validité de sa réponse
» (Margolinas, 1993, p 63)
- Interrogation sur l'évaluation en lien avec différents types contrat didactique (Brousseau 2003).
- « L'enseignant, dans la relation didactique se manifeste, localement, par le choix, la rupture et le remplacement des contrats suivant des indices et des stratégies de régulation qui échappent pour l'instant à nos moyens d'investigation. »
(Brousseau, 2003)

Questions de la didactique au champ de l'évaluation ?

- Quelles dimensions sont mobilisées pour aborder la question de la validité d'une évaluation ?
- Qu'entend-on par évaluation des apprentissages : un processus ou un produit ?
- Quelle prise en compte de l'évaluation en articulation avec les processus didactiques ? Quelle problématisation ? Comment sont inscrits les moyens de l'étude dans la théorie ?

LE PARADIGME DE L'ÉVALUATION FORMATIVE ET DE LA RÉGULATION

Articles du champ de l'évaluation

- Mottier-Lopez, L., Laveault, D.(2008) L'évaluation des apprentissages en contexte scolaire : Développements, enjeux et controverses. *Mesure et évaluation en éducation*. 31(3), 5-34.
- De Ketele, J.M. (2016) L'évaluation et ses nouvelles tendances , sources de tension, Dans le champ de l'évaluation, l'évaluation est essentiellement transversale aux disciplines. *Education permanente*. 209-3, 19-32 .
- Mottier-Lopez, L. (2016) Une modélisation pour appréhender la référentialisation dans l'évaluation, In P. Detroz, M. Crahay, A. Fagnant (Eds), *L'évaluation à la lumière des contextes et des disciplines*. 63-90. Louvain-la-Neuve : De Boeck. ISBN 978-2-807-30715-5

Evaluation formative et régulation dans les travaux francophones (Allal & Mottier-Lopez, 2005)

Bloom et al. (1971): *évaluation formative et feedback*

→ Approche post-behavioriste

Cardinet (1977): *évaluation formative et régulation*

→ Mise en question par l'approche cognitive et sociocognitive

Principales différences pour l'évaluation formative (Allal et Mottier-Lopez, 2005)

Perspective Néo-béaviouriste

Perspective socio-constructiviste

Conception initiale de Bloom

- Insertion de l'évaluation formative après une phase d'enseignement
- Utilisation de tests formatifs
- Feedback + correction → remédiation
- Gestion de l'évaluation formative par l'enseignant
- Maîtrise des objectifs par tous les élèves
- Remédiation bénéfique aux élèves qui ont été évalués

Conception élargie

- Intégration de l'évaluation formative dans toutes les situations d'apprentissage
 - Utilisation de divers moyens de recueil d'information
 - Feedback + adaptation de l'enseignement = régulation
 - Participation active des élèves à l'évaluation formative
 - Différenciation de l'enseignement et, dans une certaine mesure, des objectifs
 - Régulation à deux niveaux : pour les élèves non évalués, pour les futurs élèves (amélioration continue de l'enseignement)
-

Evaluation formative et régulation dans les travaux francophones (Allal & Mottier-Lopez, 2005)

Bloom et al. (1971): *évaluation formative et feedback*

→ Approche post-behavioriste

Cardinet (1977): *évaluation formative et régulation*

→ Mise en question par l'approche cognitive et sociocognitive

Bonniol (1981)
Nunziati (1990)
Vial (1995):
régulation interne-externe

→ Mise en question par une approche systémique

Allal (1979, 1988):
régulation interactive, rétroactive, proactive

Allal (1993):
régulations métacognitives

Evaluation formative et régulation : développement (Mottier-Lopez, 2008, 2017)

Bloom et al. (1971): *évaluation formative et feedback*

→ Approche post-behavioriste

Cardinet (1977): *évaluation formative et régulation*

→ Mise en question par l'approche cognitive et sociocognitive

Bonniol (1981)
Nunziati (1990)
Vial (1995)

Cardinet (1988)
Hadji (1989)
Perrenoud (1991)
Régulations liées aux processus de communication et de négociation

Allal (1979, 1988):
régulation interactive, rétroactive, proactive

Approche didactique
Chevallard (1986, 1989, 2004)
Blain (1988)
Système didactique, contrat didactique

Allal (1993):
régulations métacognitives

Evaluer des apprentissages ou évaluer pour l'apprentissage

- Black et William (1998), Assessment Reform Group (1999)
- Assessment of learning : photographie des acquis des élèves (via tests, interrogations, examens) → sommative
 - Culture des résultats, motivation extrinsèque (notes)
- Assessment for learning (au service des processus d'apprentissage développés) → formative
- « *We use the general term assessment to refer to all those activities undertaken by teachers—and by their students in assessing themselves—that **provide information to be used as feedback to modify teaching and learning activities**. Such assessment becomes formative assessment when the evidence is actually **used to adapt the teaching to meet student needs**” (Black & Wiliam, 1998, p. 140)”
 - Construction de critères d'évaluation par les élèves pour favoriser autorégulation
 - Moment de l'évaluation certificative retardé*

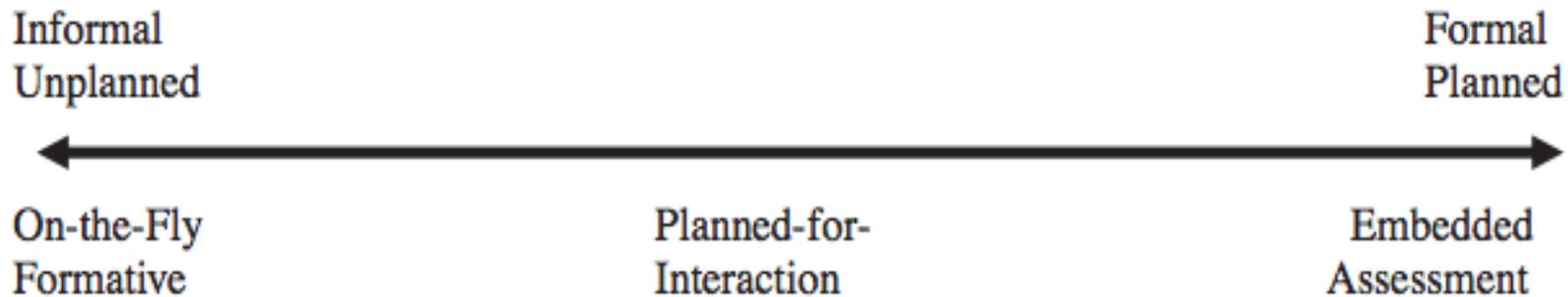
Evaluation et temporalité (Hadji, 1989)



	(1) Avant l'action de formation	(2) Pendant l'action de formation	(3) Après l'action de formation
Evaluation	Diagnostic Pronostique Prédictive	Formative Progressive	Sommative Terminale

Evaluation formative (Shavelson, 2006)

- Modèle de l'évaluation formative (Shavelson et al. 2008)



- Diversité des échelles temporelles d'un niveau global à un niveau local
- Evaluation formative en tant que pratique intégrée au processus d'apprentissage et adaptée continuellement pour répondre aux besoins spécifiques des élèves.
- Rôle du feedback
- Dans une vision holistique, quelle articulation entre les différentes évaluations (Mottier-Lopez et Laveault, 2008) ? Quelle évolution de l'évaluation sommative ?

Questions à la didactique

- Q1 : Quelle définition d'un référent, sur un domaine de savoir donné pour évaluer ce qui est produit par l'évalué ?
- Q2 : Quelles conditions didactiques pour définir une évaluation valide ?
- Q3 : En quoi une approche didactique permet-elle d'interpréter les résultats produits non seulement d'un point de vue quantitatif mais aussi qualitatif pour interroger l'enseignement prescrit et réalisé ?
- Q4 : En quoi la didactique et ses concepts permet-elle de réinterroger les travaux relatifs à l'évaluation formative et la régulation ?
- Q5 : En quoi la didactique permet-il d'étudier le processus de référentialisation, au cœur de l'activité évaluative d'un enseignant ?

RÉFÉRENT ET VALIDITÉ D'UNE ÉVALUATION

Articles

- Artigue, M., Winslow, C. (2010). International comparative studies in mathematics education : a view from the anthropological theory of didactics. *Recherches en didactique des mathématiques*, 30(1), 47-82.
- Bosch, M., Gascòn J. (2006) 25 years of the didactic transposition. *ICMI Bulletin* 58 51–65.
- Chevallard Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 19(2) 221–265.
- Grapin, N. (2015). *Étude de la validité de dispositifs d'évaluation et conception d'un modèle d'analyse multidimensionnelle des connaissances numériques des élèves de fin d'école*. Thèse de doctorat. Université Paris-Diderot, Paris.
- Grugeon-Allys B., Grapin N. (2015) Validité d'une évaluation externe. Complémentarité des approches didactique et psychométrique. In A-C. Mathé et E. Mounier (Eds.) *Actes du séminaire national de Didactique des mathématiques 2015*. Paris : IREM Paris 7.
- Laveault, D., Grégoire, J. (2014). *Introduction aux théories des tests en sciences humaines*. Bruxelles : De Boeck.

Éléments théoriques

Approche cognitive

- Evaluer les connaissances et compétences d'un élève sur un champ conceptuel

« *Etudier l'apprentissage d'un concept isolé ou d'une technique n'a pratiquement pas de sens* » (Vergnaud 1986 p)

Approche anthropologique

- Apprentissages assujettis aux institutions dans lesquelles l'élève apprend
- Évaluer le rapport personnel de l'élève au savoir sur un domaine mathématique donné : étudier *l'adéquation* du rapport personnel au savoir au rapport institutionnel *au savoir* (1989).
- Evaluer les praxéologies apprises (Chevallard, 1997), au regard des praxéologies à enseigner et enseignées, au sein des niveaux de co-détermination

Choix théoriques pour une approche didactique de la validité d'une évaluation

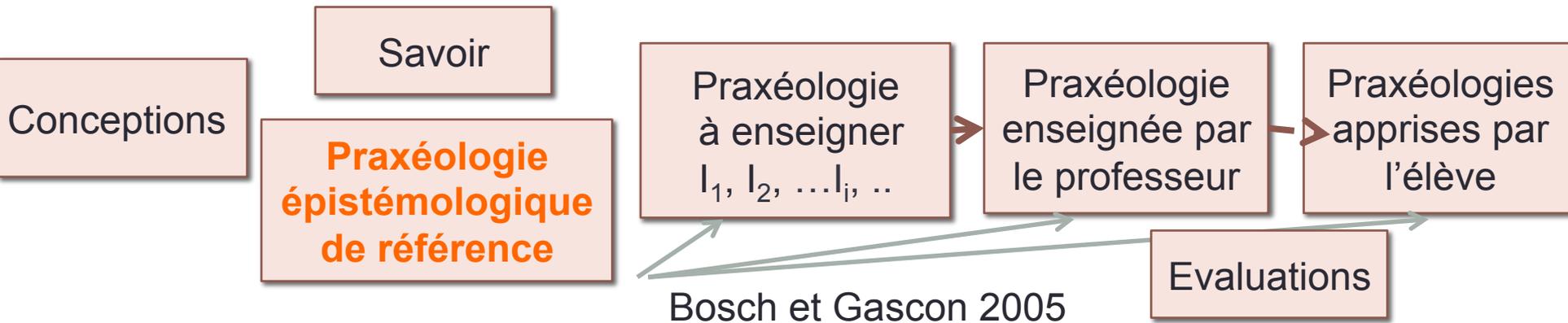
		9. Civilisation
		8. Société
		7. Ecole
		6. Pédagogie
		5. Discipline
		4. Domaine
Théorie	←	3. Secteur
Technologie	←	2. Thème
Type de tâche et technique	←	1. Sujet
		0. Praxéologie des élèves

Pour une évaluation interne ou externe,

-Prendre en compte les niveaux de codétermination mathématiques et didactiques pour prendre en compte des conditions de la transposition didactique et interpréter les résultats d'évaluations (Artigue et Wislow, 2010)

- Référent épistémologique, indépendant des institutions, pour permettre la comparaison de référents et l'interprétation des résultats au regard de l'échelle des niveaux de codétermination (Grugeon-Allys et al., 2012)

Une référence didactique et épistémologique



- Hypothèse : La prise en compte d'un référent épistémologique permet la conception d'une évaluation valide et l'analyse d'évaluations
 - Mise en relation avec les praxéologies à enseigner (programmes, ..), les praxéologies enseignées (référents des enseignants) et les praxéologies apprises (réponses)
 - Mise en évidence de praxéologies implicites ou ignorées (Castela, 2008)
 - Comparaison de dispositifs d'évaluation à différents niveaux de détermination mathématique et l'interprétation des résultats au regard des niveaux de co-détermination supérieurs.

Preuves de validité d'une évaluation externe

Approche psychométrique : preuves de validité *a posteriori*
(Grégoire & Laveault, 2014)

- Contenu du test : représentativité des items
- Processus de réponse : écart / démarches attendues
- Structure interne du test : unidimensionnalité du test

Approche didactique : preuves de validité *a priori*

- Savoir en jeu (Grugeon-Allys et Grapin, 2015)
 - Global : couverture du domaine, complexité des tâches
 - Local : représentativité des tâches, modalités d'analyse de réponse
- Processus de réponse (local) : écart éventuel entre activité attendue et activité effective de l'élève au regard de l'énoncé - approche *psycho-didactique* (Vantourout et Goasdoué, 2014)
- Potentialités à interpréter et exploiter les résultats du test en perspective des caractéristiques psychométriques (*a priori* / *a posteriori*) : écart entre difficulté / complexité, échelle des scores

Methodologie de conception d'une évaluation standardisée (Grugeon-Allys & Grapin, 2015)

- Objectif : Rendre complémentaires les preuves de validité dans des approches psychométrique et didactique
 - 1ère étape – approche didactique : conception des tâches, avant l'exp.
 - Analyse *a priori* des tâches – global / local - représentativité, couverture du domaine, variété de leur complexité - énoncés
 - 2e étape – approches psychométrique et didactique : sélection des items, expérimentation et passation
 - Calcul des caractéristiques statistiques après expérimentation, interprétation des résultats statistiques au filtre de l'analyse didactique
 - 3^e étape – approches psychométrique et didactique : interprétation des résultats statistiques au filtre du didactique
 - Local : écart entre difficulté et complexité des items, items à FDI
 - Global : échelle des scores, groupes, hiérarchie des niveaux technologiques
- Interroger les programmes et l'enseignement réalisé (OM et OD) à différents niveaux de co-détermination mathématiques en relation avec les apprentissages visés et les niveaux de co-détermination supérieurs

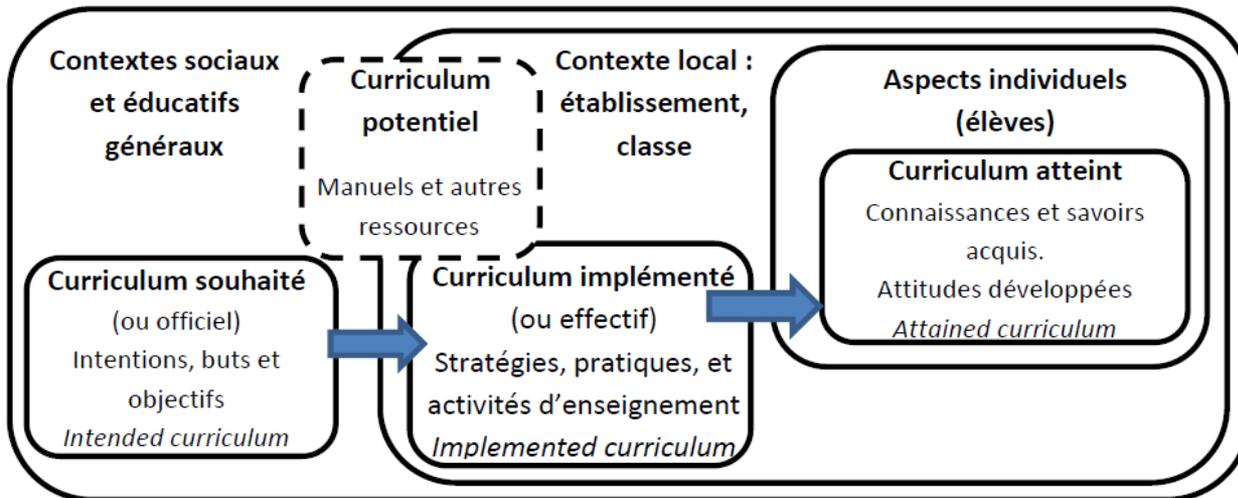
DES TRAVAUX DE RECHERCHE

Evaluations externes standardisées internationales
Evaluations externes dans le contexte les classes

Références bibliographiques

- Artigue, M., Winslow, C. (2010). International comparative studies in mathematics education : a view from the anthropological theory of didactics. *Recherches en didactique des mathématiques*, 30(1), 47-82.
- Blanc, C. (2017). *Etude de la validité de l'évaluation interne conduite en Cours Préparatoire, en Français et en Mathématiques*. Thèse de Doctorat. Université Paris Descartes.
- Grapin, N. (2015). *Étude de la validité de dispositifs d'évaluation et conception d'un modèle d'analyse multidimensionnelle des connaissances numériques des élèves de fin d'école*. Thèse de doctorat. Université Paris-Diderot, Paris.
- Grugeon-Allys B., Grapin N. (2015) Validité d'une évaluation externe. Complémentarité des approches didactique et psychométrique. In A-C. Mathé et E. Mounier (Eds.) *Actes du séminaire national de Didactique des mathématiques 2015*. Paris : IREM Paris 7.
- Roditi, E. & Salles, F. (2015). Nouvelles analyses de l'enquête PISA 2012 en mathématiques. *Éducation et formations*, 86-87, 236-267.

Analyse du cadre de référence de TIMSS (Artigue et Winslow, 2010 ; Bodin, Grapin, 2016)



- Modèle curriculaire avec 3 composantes : projeté, enseigné et atteint
 - Praxéologies à enseigner, enseignées (questionnaires) et apprises (réponses d'élèves sur échantillons)
- Possibilité d'omettre des blocs de notions
 - Validité universelle supposée, en fonction d'experts (Artigue et Winslow, p 15-16)

Source : adapté de Robitaille, D.F. ; Schmidt, W.H. ; Raizen, S. ; McKnight, C. ; Britton, E. & Nicol, C. (1993) et de Schmidt, W.H. (1996).

TIMSS 2015

- Pour la quatrième année scolaire :

- Nombres
- Formes géométriques et mesures
- Représentation de données

Les domaines cognitifs définis par TIMSS

- Connaître
- Appliquer
- Raisonner

- Pour la huitième année scolaire :

- Nombres
- Algèbre
- Géométrie
- Données et probabilités

Données ouvertes, cadres d'organisation, données, avec une exception pour les questions d'évaluation (40%)

Analyse didactique d'items de PISA 2012 (Roditi et Salles, 2015)

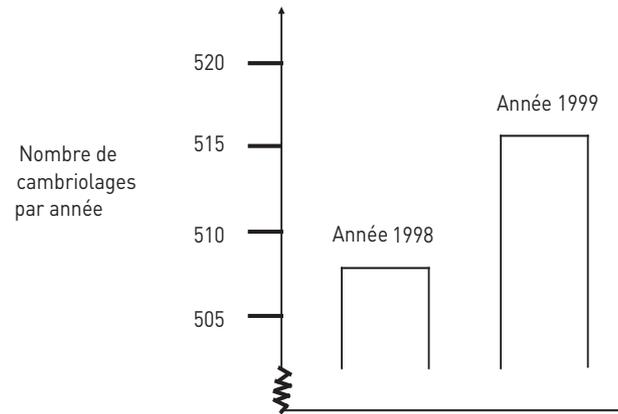
- Etude au niveau 1 de l'échelle de codétermination
- Objectif : Interroger les taux de réussite aux items
- Analyse didactique *locale* : nouvelle classification des items
→ distinguer différents niveaux d'utilisation des connaissances mathématiques
- **Critères de la classification :**
 - Caractère *outil / objet* (Douady) → Mise en fonctionnement d'une procédure / compréhension qualitative de concepts
 - Mise en fonctionnement d'une procédure : *directe / avec adaptation* de l'énoncé / avec introduction d'*intermédiaires* (Robert, 1998)
- **Analyses produites en référence à la didactique des mathématiques enrichissent celles de PISA.**

Quelques résultats (Roditi et Salles, 2015)

Question 1 : CAMBRIOLAGES

Lors d'une émission télévisée, un journaliste montre ce graphique et dit :

« Ce graphique montre qu'il y a eu une très forte augmentation du nombre de vols entre 1998 et 1999. »



Considérez-vous que l'affirmation du journaliste est une interprétation correcte de ce graphique ? Justifiez votre réponse par une explication.

Item	Domaine	Processus	Catégorie didactique	P% réussite
Caractère <i>outil</i> des savoirs				
Cambrjolages	<i>Incertitude et données</i>	<i>Interpréter</i>	Adaptation	24 %

Éléments d'analyse de CEDRE (Grapin, 2015 ; Grugeon-Allys & Grapin, 2015)

- Évaluations nationales externes CEDRE (Cycle des évaluations disciplinaires réalisées sur échantillon) :
- Une question centrale : Etude de la validité de CEDRE
- Approches didactique et psychométrique pour étudier des preuves de validité : 3 étapes
- Une étude épistémologique de domaines mathématiques
 - **Algèbre (fin de collège)**
 - Champ de problèmes (Chevallard 1985, 1989)
 - Objets de l'algèbre (lettres, expressions, formules, équations) : propriétés et modes de représentation
 - Calcul algébrique « intelligent et contrôlé » (Kieran 2007)

Critères d'analyse *a priori* des tâches (Grapin et Grugeon-Allys, à paraître)

Analyse *a priori* des tâches – global / local - représentativité, couverture du domaine, variété de leur complexité – énoncés

Du côté du savoir

- Type de tâche et praxis/logos attendu,
- Objets en jeu, leur ancienneté et leur nombre,
- Variables didactiques associées aux objets et valeurs,
- Registres de représentation sémiotiques en jeu (Duval, 1996),
- Nombre de types de tâches convoqués dans la résolution, et le type de convocation (Castela, 2008) – complexité

Du côté du processus de réponse

- Nature du format des questions (QCM, question ouverte)
- Nature du contexte pour une situation extra-mathématique,
- Nature de l'environnement du test (PC/EI/oral),
- Nature des instruments autorisés,
- Niveau de langue de l'énoncé.

Représentativité de l'item

Exercice n°5

MC 113a

En 2008 Chantal fête ses 53 ans et sa fille Sophie, ses 24 ans.

En quelle année l'âge de Chantal sera-t-il le double de celui de sa fille Sophie ?

L'item permet-il de repérer une mise en équation ?

Année en plus	Age de Chantal	Age de Sophie	Deux fois
2008+1	54	25	50
2008+2	55	26	52
2008+3	56	27	54
2008+4	57	28	56
2008+5	58	29	58

Schéma arithmétique

Mise en équation :

$$53+x = 2(24+x)$$

$$53+x = 48 + 2x$$

$$x = 5$$

T1h

raisonnement communs

(6-3) : Ouvert

(6-3) : Mathématisation d'une situation

(4-4) : Résolution d'une équation du premier degré à une inconnue

(3-3) : Résoudre un système de deux équations à deux inconnues.

(6-4) : Calculs sur des nombres entiers ou décimaux relatifs

(6-3) : Utilisation de la calculatrice

Etude de la validité de CEDRE 3^e –domaine algébrique

- Mise en évidence par l'analyse *a priori*
 - Des tâches peu représentatives (local), une répartition déséquilibrée des types de tâches /couverture du domaine, un manque de types de tâches avec techniques identifiées (global)
- Après la passation : interprétation *a posteriori*
 - **Ecart entre difficulté et complexité** : tâche de résolution « Chantal » au groupe 5 de l'échelle des scores (30 % réussite, 25,6% de non réponse). Or, résolution arithmétique possible
 - *Interprétation* : Pratiques laissant vivre une faible variété de techniques, donnant peu de raison d'être à la mise en équation
 - **Items à fonctionnement différentiel** entre 2008 et 2014: item de résolution d'une équation-produit.
 - *Interprétation* : Changement de pratiques – équation-produit hors du socle commun
 - **Niveau global d'analyse** : Invariants dans la difficulté de types de tâches du groupe 5 ; absence de types de tâches *outil* dans groupe 4 ;
 - *Interprétation* : peu de tâches dans les manuels nécessitant une mise en équation ; prise en compte des techniques mobilisées permettrait de mieux caractériser les différents groupes

Evaluation externe Pépite (Grugeon, 1997)

- Objectifs : Gérer l'hétérogénéité des apprentissages et réguler en fin d'enseignement obligatoire
- Fondement : Modèle épistémologique de référence / algèbre
- Conditions de validité de l'évaluation
 - Assurer la représentativité des tâches, un processus de réponse adapté et la couverture du domaine
 - Définir les critères d'analyse de réponses : au niveau du savoir selon trois dimensions
 - Identifier des cohérences sur les dimensions outil et objet
 - Mettre en relation les besoins d'apprentissage des élèves avec les implicites des programmes ou savoirs ignorés pour réguler l'enseignement

Etude de validité de l'évaluation interne conduite en CP en Mathématiques (Blanc, 2017)

- Evaluation : ensemble des épreuves proposées par un enseignant, support aux jugements évaluatifs portés par les livrets scolaires
- Domaine Nombres et calcul : référence épistémologique du domaine des nombres
- Trois dimensions de la validité : de conformité – psycho-didactique et épistémologique.
 - Conformité aux programmes : évaluation d'habiletés / compétences ; évaluation lacunaire ; dépendance étroite à l'enseignant
 - Représentativité et processus de réponse : nombre important d'épreuves non valides (tâche, format, place du graphique)
 - Couverture ; non réalisée
- Variété des livrets scolaires, produits de processus de référentialisation des enseignants et globalement peu valides

D'autres recherches

- Bodin, A., De Hosson, C., Décamp, N., Grapin, N., Vrignaud, P. (2016). Analyse comparative des cadres de référence des deux enquêtes. *Rapport scientifique. Comparaison des évaluations PISA et TIMSS. Acquis des élèves : Comprendre les évaluations internationales. Vol 1. CNESEO*
- Sayac N. & Grapin N. (2015). Analyse didactique d'une évaluation externe en mathématiques : quels outils pour quels enjeux ? *Recherches en didactique des mathématiques*, 35(1),101-126.
- Ruminot-Vergara, C. (2014). Effets d'un système national d'évaluation sur l'enseignement des mathématiques, le cas du Chili. *Thèse université Paris*

PROCESSUS D'ÉVALUATION ET PRATIQUES ÉVALUATIVES

Références bibliographiques

- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques. Recherches en didactique des mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19.2.
- Chevallard Y. (2002) Structures & fonctions. In Dorier J.-L., Artaud M., Artigue M., Berthelot R., Floris R. (Eds.) *Actes de la XIème école de didactique des mathématiques*, (pp.3–32). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Margolinas, C. (1992). Eléments pour l'analyse du rôle du maître : les phases de conclusion. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12 (1), pp.113-158.
- Mottier-Lopez, L. (2016) Une modélisation pour appréhender la référentialisation dans l'évaluation, In P. Detroz, M. Crahay, A. Fagnant (Eds), *L'évaluation à la lumière des contextes et des disciplines*. 63-90. Louvain-la-Neuve : De Boeck. ISBN 978-2-807-30715-5
- Vergnaud, G. (1991). *La théorie des champs conceptuels. Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 10/2.3, 133-170.

Approche multidimensionnelle du processus d'évaluation

- Comment l'enseignant amène-t-il l'élève à émettre un verdict (au sens de la fonction véridictionnelle de l'évaluation) sur son rapport personnel à un objet de savoir, en situation de résolution, dans un champ conceptuel donné, à l'interroger et à le faire évoluer ?
- Une entrée par une approche anthropologique (Chevallard, 1999, 2004, 2007)
- Selon le niveau de granularité, prise en compte d'autres approches (Vergnaud, 1986, Brousseau, 1986)

Processus dévaluation

- Une approche globale du processus d'évaluation conditionné par les niveaux de codétermination
 - Différentes positions de l'enseignant assujetti à une institution au cours du processus d'enseignement en relation avec l'évaluation
 - Mise en relation entre ces différentes positions
 - Processus d'évaluation, élément du « processus didactique dont le pilotage par l'enseignant est médié par le contrat didactique, qui fixe l'exigence d'une progression dans le savoir, dont il pose le principe et dont il gère à chaque instant les contenus et les modalités » suivant deux axes chronogénèse, topogénèse. (..)
 - « La négociation didactique – l'interaction d'évaluation – met aux prises l'enseignant et les élèves à propos du savoir .» (Chevallard, 1986, p 68)

Dans le cadre anthropologique (Chevallard, 1989)

Dans une institution I, Y (le professeur) va émettre un « verdict » sur le rapport personnel de X à O, $R(X, O)$: « Y évalue, ou du moins est censé évaluer, l'adéquation du rapport personnel $R(X, O)$ au rapport institutionnel $Rp(O)$ ».

- Ce verdict dépend du rapport personnel de Y à l'évaluation de O, $R(Y, \acute{E}val_p(O))$ qui peut être différent du rapport institutionnel $Rv(\acute{E}val_p(O))$ (p15)
- Variabilité des pratiques évaluatives des enseignants.
 - Référents et les référés mobilisés par les enseignants

Processus d'évaluation et enseignement (Chevallard, 1999, 2004, 2007)

- Situer le processus d'évaluation en mathématique au cours des multiples « épisodes éclatés dans le temps » des moments didactiques
 - Moments de la première rencontre avec T, de l'exploration de T, de la construction du bloc technologico-théorique
 - Moment de l'institutionnalisation
 - Moment du travail de l'organisation mathématique
 - Moment de l'évaluation
- Mettre en perspective les différentes étapes et fonctions de la négociation didactique au cours des différents épisodes
 - Différents moments pour développer un contrat didactique, des exigences à propos du savoir visé
 - Moments de reprise (Brousseau, Chevallard, Larguier)
 - Moments de l'évaluation et d'institutionnalisation

- « La supposition de rapports institutionnels transcendants aux personnes, en effet, fonde en raison le projet d'évaluer les rapports *personnels* en les référant à la *norme* que le moment de l'institutionnalisation aura ainsi hypostasiée. (...) ce moment de réflexivité où, quels que soient le critère et le juge, on examine ce que *vaut* ce qui a été appris, ce moment de véridiction (...). » (Chevallard, 1999).

Processus d'évaluation et enseignement

- Mettre en perspective valider / évaluer – interactions
 - phases de conclusion → phases d'évaluation / validation selon les responsabilités maître / élève (Margolinas, 1992)
 - Enrichissement du milieu
- Raisons d'être de l'évaluation : fonction de véridiction au regard d'un référent pour évaluer rapport personnel à objet, opérateur de changement de « *posture* »
- Faire évoluer la « correction »
 - s'appuyer sur les productions des élèves inabouties ou « en partie ou en totalité erronées », les faire évoluer vers « un corrigé » à fonction de bilan d'étape avant une possible institutionnalisation ; faire une « analyse objectivante, qui tente d'y saisir l'amorce d'une technique possible » (Chevallard, 2007) »
- Dépendance avec les référents des enseignants

N é g o c i a t i o n d i d a c t i q u e	<p><i>DDM – Episodes de</i></p> <p>Moment de reprise</p> <p>Moment d'introduction</p> <p>Moment d'institutionnalisation</p> <p>Différents moments</p> <p>Moment d'évaluation</p>	<p>Etiqueter conceptions et savoir appris par les élèves, dévoluer et faire évoluer</p> <p>Présenter le savoir à apprendre, les objectifs et praxéologies à évaluer, les critères</p> <p>Prendre de l'information, organiser le contrat didactique / savoir, au cours des phases de formulation, conclusion</p> <p>Enrichir le milieu</p> <p>Evaluer les savoirs</p>
---	--	--

R
é
g
u
l
a
t
i
o
n

Processus de référentialisation

Rapport au savoir, à l'apprentissage, à l'évaluation, à l'institution,...

Référentialisation et activité évaluative (Mottier-Lopez, 2016)

- Référentialisation : « l'ensemble des procédures consistant à modéliser l'évaluation et à élaborer un protocole qui établit un lien logique entre référents, critères et indicateurs de l'évaluation » (Figari, 2006, p 104)
- Comment observer cette référentialisation dans les jugements évaluatifs des enseignants, au regard des référents prescrits ?
- Modélisation de l'activité évaluative de l'enseignant au regard de trois axes :
 - Invariants de l'activité évaluative : définition de l'objet évalué, recueil d'informations, interprétation des informations, prise de décisions → liés au processus de référentialisation
 - Modèles (dimensions et qualités) des objets évalués en lien avec la didactique du savoir évalué
 - Relation entre l'activité évaluative, les contextes sociaux et institutionnels marquant l'apprentissage évalué et l'activité interprétative de l'évaluateur

Analyser une pratique évaluative (au croisement de Double Approche (Robert et Rogalski, xx) et TAD (Chevallard, 1999))

A partir des faits évaluatifs – épisodes de l'OD, à différents degrés d'échelle : global, local, micro, en classe et en dehors de la classe

- Liée au processus de référentialisation au regard de l'objectivation d'un référentiel
- Les invariants de l'activité évaluative (contrat didactique):
 - Global : référents des types de tâches constitutifs des OM évaluées et des critères d'évaluation des productions des élèves en lien avec l'institutionnalisation du savoir et du discours technologique, transformation des référents au regard des situations d'évaluation, la négociation didactique des référents au cours des épisodes de moments didactiques
 - Local : référents sous-jacents au choix des tâches d'évaluation et gestion de la relation didactique lors des phases de formulation / conclusion
- Variabilité de l'activité évaluative (analyse *a priori* et *a posteriori*) → validité sur trois dimensions : curriculaire, représentativité et validité psycho-didactique des tâches, couverture du domaine en appui sur un référent épistémologique du domaine
- Relation entre l'activité évaluative et les composantes personnelle, sociale et institutionnelle influençant l'apprentissage évalué et l'activité interprétative de l'évaluateur

Travaux

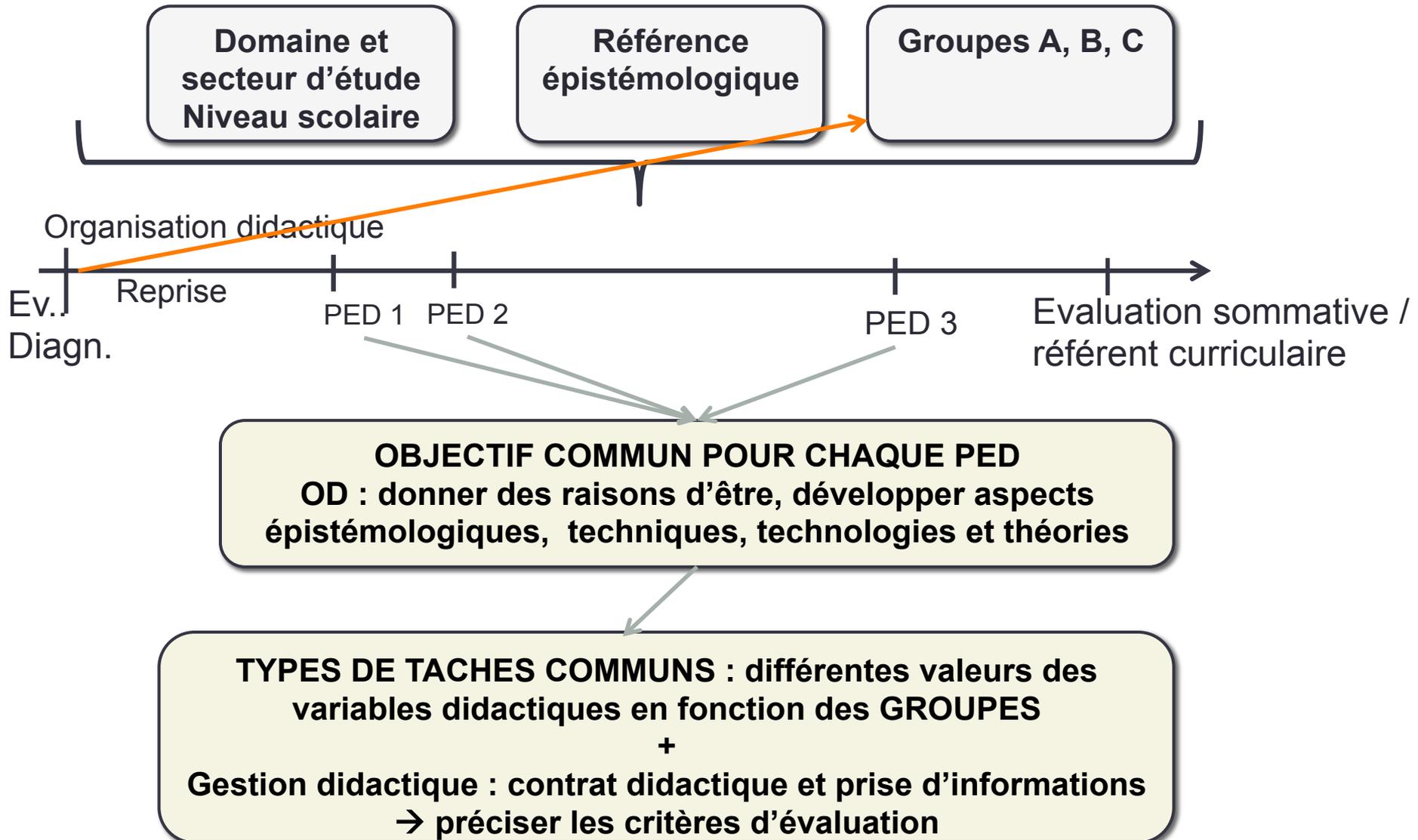
- Horoks, J., Pilet, J. (2017). Régulation des apprentissages et évaluation formative : quels regards didactiques ? Actes CORFEM 2017
- Pilet, J. (2015). Réguler l'enseignement en algèbre élémentaire par des parcours d'enseignement différencié. *Recherches en didactique des mathématiques*, 35(3),273-312
- Coppé, S. & Moulin, M. (à paraître). Évaluation entre pairs et débat argumenté dans le cadre d'un problème complexe en mathématiques. *Canadian journal of sciences, mathematics and technology education*.
- Chesné, J.F. (2014). D'une évaluation à l'autre : des acquis des élèves sur les nombres en sixième à l'élaboration et à l'analyse d'une formation d'enseignants centrée sur le calcul mental. Thèse soutenue à l'université Paris 7 – Denis Diderot.

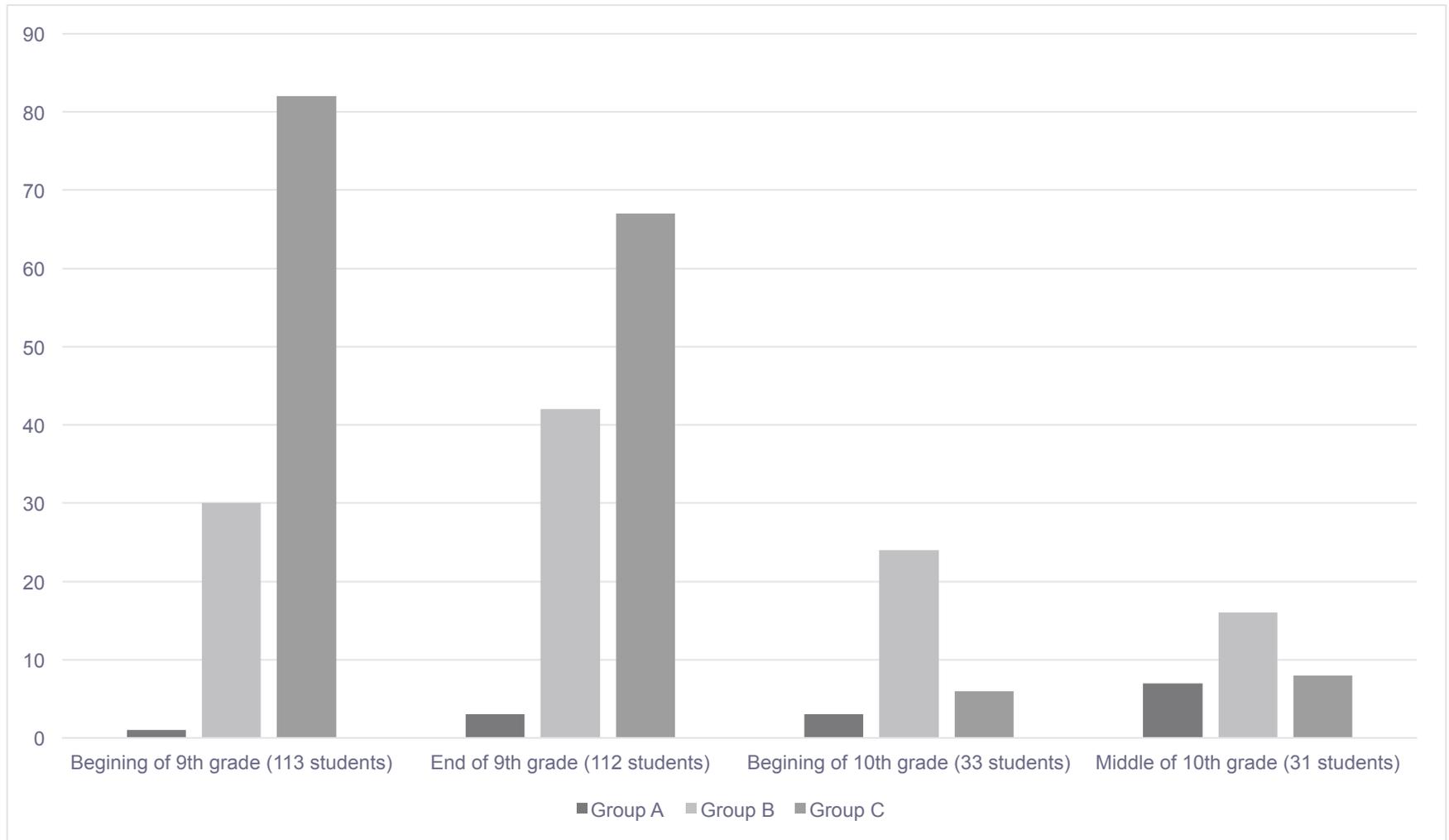
-

Régulation – différenciation en algèbre élémentaire (Pilet, 2015)

- Objectif : Créer un dispositif d'enseignement (PED) pour gérer l'hétérogénéité des apprentissages dans la classe
- Fin de la scolarité obligatoire - Algèbre
- Hypothèse : Difficultés des élèves accentuées par le SE qui ignore certains savoirs et savoir-faire
- Définition d'une praxéologie de référence / algèbre élémentaire pour caractériser et mettre en relation besoins d'apprentissage et savoirs et savoir-faire ignorés
- Evaluation Pépite

Modèle didactique des PED (Pilet, 2015)





TD - Régulation des apprentissages et évaluation formative : quels regards didactiques ? (Horoks et Pilet, 2017)

- Dans le cadre du LéA Pécanumelli, 5^e à 3^e,
- Caractériser les pratiques d'évaluation des enseignants et leur évolution sur trois ans au cours d'un travail collaboratif avec des enseignants chercheurs,
- Etudier l'impact sur les apprentissages des élèves.
- Croisement de la DA et de la TAD (référent épistémologique du domaine de l'algèbre)
- Types d'analyse :
 - Comparaison entre les praxéologies mathématiques enseignées et praxéologies évaluées lors de l'évaluation sommative : pertinence validité curriculaire, validité didactique – pertinence et couverture du domaine)
 - Référentiel mobilisé lors des interactions élèves / professeur dans des phases de formulation, validation (vidéo) – topos de l'élève, niveaux du discours technologique

Étude sur les pratiques évaluatives en mathématiques des PE (Sayac, 2017)

- 2014 -2016 : Analyse des tâches données en évaluations (papier – crayon) suivie d’entretiens de 25 PE (du CP au CM2)
- En 2016-2017 : dans le cadre du LEA Eval NUmC2
Etude des pratiques évaluatives à travers l’élaboration de tests et d’évaluations communes (CE1 & CE2) et l’analyse des productions des élèves
 - 2 questionnaires pour les PE sur leurs pratiques évaluatives.
- **Quelques résultats :**
- Les pratiques d’évaluation des PE sont très « traditionnelles » et très normatives.
- Au niveau de la conception des documents évaluatifs : la pratique évaluative des PE est très individuelle et solitaire

Projet Européen ASSIST ME

ICAR Lyon, LSE Grenoble (2014-2017)

- Dégager des critères du fonctionnement et de l'utilisation de l'Évaluation Formative en classe
 - en lien avec l'Évaluation Sommative,
 - dans le cadre des démarches d'investigation en sciences et de la résolution de problèmes en mathématiques
- et ainsi pouvoir proposer (en conformité avec la culture de chaque pays et des pratiques) :
 - des méthodes d'évaluations
 - des formations aux enseignants

Evaluation formative par les pairs

- Deux expérimentations (Coppé, Moulin, à paraître)
 - Résolution de problèmes, décision par écrit sur la validité d'une ou des réponses, débat sur les réponses, nouveau positionnement
- Méthodologie (double analyse *a priori*) : étudier le lien entre stratégies et possibilités d'un élève à se projeter dans les réponses d'autres élèves
 - Q1 : la capacité des élèves à se positionner (types d'arguments, connaissances mises en jeu)
 - Q2 : liens entre débat et évaluation par les pairs, rôle et modalité des débats, mises en commun
- Outils théoriques : milieu (nouvelles réponses), contrat (redistribution des responsabilités)
- Résultats : Amélioration des arguments, mais évolution du positionnement différenciée selon les réponses

Conclusion et Perspectives

- L'évaluation objet d'étude de la didactique des mathématiques
 - Savoir au cœur de l'évaluation (référence épistémologique)
 - Preuves didactiques de validité : conception et analyse d'évaluations
 - Méthodologie de conception croisant approches psychométrique et didactique : validité didactique de l'évaluation, interprétation des résultats au regard des différents niveaux de co-détermination
 - Nouvelles approches du processus d'évaluation et des pratiques évaluatives

Perspectives

- Numérisation de l'évaluation CEDRE (2019)
- Travaux pour définir un cadre didactique pour analyser les pratiques évaluatives en (HDR de Sayac à l'automne 2017).
 - le concept d'*épisode évaluatif* permet d'appréhender l'évaluation en mathématiques sous toutes ses formes (formelles et informelles) en lien avec un contrat en évaluation
 - Pratiques d'évaluation en mathématiques : ensemble des épisodes évaluatifs articulés les uns aux autres à partir d'une logique intégrant des dimensions personnelle, institutionnelle et professionnelle
- Evaluation et formation
 - Apports des évaluations nationales et internationales (Chesné, 2014)
- Pratiques évaluatives et travail collaboratif (LéA)