

XIX° ÉCOLE D'ÉTÉ DE DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES
PARIS, AOÛT 2017

L'USAGE DES DESSINS EN GÉOMÉTRIE, QUELQUES ENJEUX POUR L'ENSEIGNEMENT

ANNE-CÉCILE MATHÉ, ACTÉ, UNIVERSITÉ CLERMONT-AUVERGNE
JORIS MITHALAL-LE DOZE, S2HEP, UNIVERSITÉ LYON 1

QUELQUES MOTS POUR COMMENCER: NOS INTENTIONS

- ❑ **Synthèse de travaux s'intéressant au traitement du dessin au cours des trois premiers cycles**
- ❑ **Point de vue théorique sur cette question : en quoi une réflexion sur le dessin éclaire-t-elle les questions d'enseignement de la géométrie?**
- ❑ **Intérêt d'articuler cette question avec une réflexion sur le rôle du langage dans la construction de connaissances en géométrie.**
- ❑ **Et en vrai:**
 - Penser un enseignement articulant des enjeux de savoirs locaux et des enjeux de savoirs plus généraux, liés à l'articulation d'une géométrie physique et d'une géométrie théorique, préparant le passage à la démonstration.
 - Quelques exemples de mise en œuvre en classe

PLAN

- I. Enjeux de recherche relatifs à l'apprentissage-enseignement de la géométrie de la maternelle au début du collège
- II. Vers une situation fondamentale de l'analyse géométrique de dessins (les travaux du « groupe de Lille »)
- III. Langage et apprentissage de la géométrie à l'école

ENJEUX DE RECHERCHE RELATIFS À
L'ENSEIGNEMENT-APPRENTISSAGE DE LA GÉOMÉTRIE
DE LA MATERNELLE AU DÉBUT DU COLLÈGE

AU CŒUR DE L'ENSEIGNEMENT-APPRENTISSAGE DE LA GÉOMÉTRIE, L'ARTICULATION ENTRE LE SENSIBLE ET LE CONCEPTUEL

- ❑ Le géométrie émerge du rapport au sensible :
 - L'étude, la classification, d'objets du monde sensible
 - Le cercle est d'abord « rond », rencontré dans le monde sensible
 - La rencontre d'objets géométriques par la perception et la manipulation
 - Qu'est-ce qu'un cercle?
 - Rapport entre droite et points
 - « figural concept »

- ❑ La géométrie élabore hors de l'expérience sensible des concepts, relations, que le sensible permet de rendre tangible (et qui change la perception du monde)
 - « Une droite est une infinité de points tels que le plus court chemin entre deux points de cette droite soit précisément la droite elle-même »
 - Notion de polyèdre

- ❑ La géométrie procède par allers-retours entre ces deux points de vue, même lorsqu'il s'agit de résultats très théoriques (exemple de l'ensemble de Mandelbröt par A. Douady)

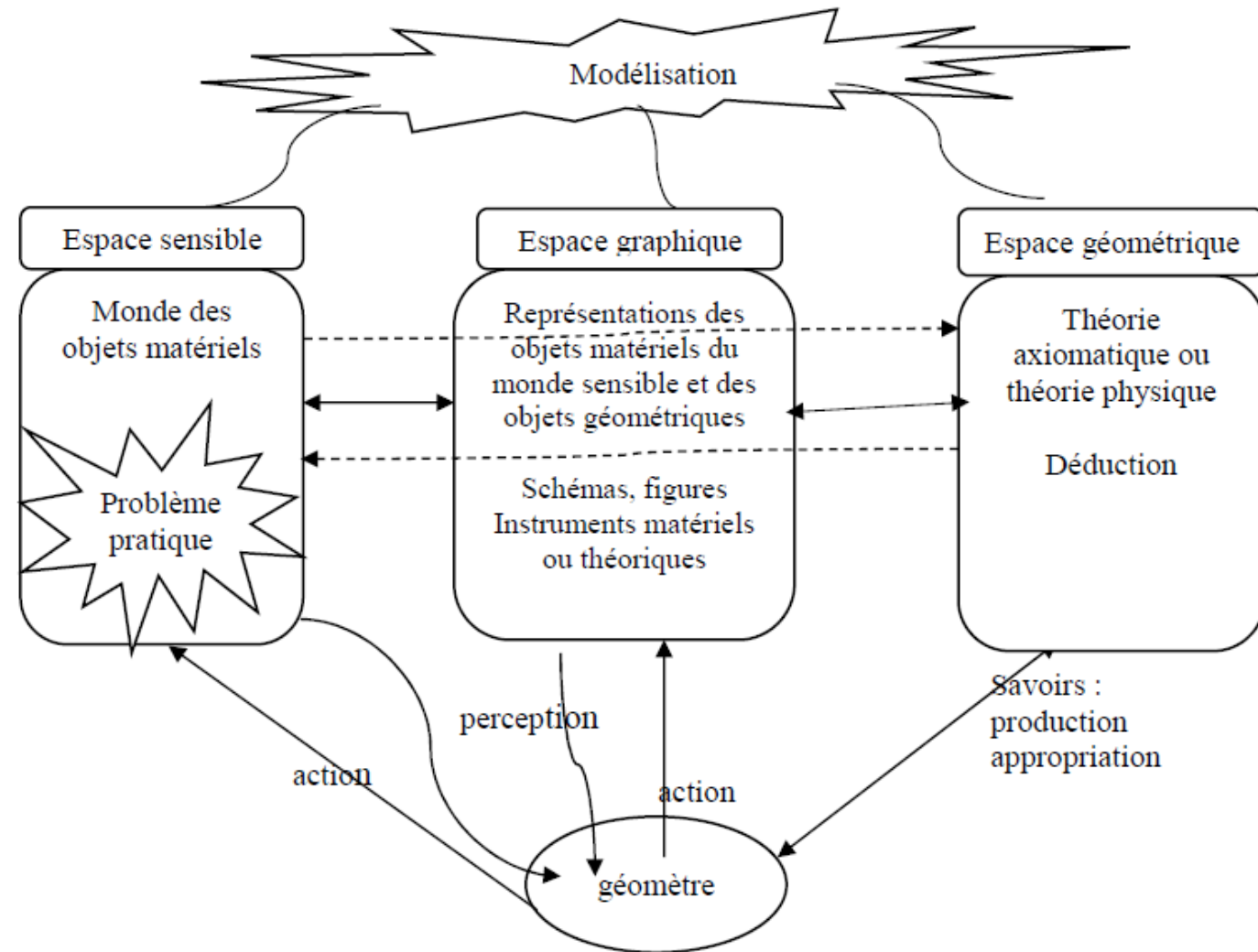
Horizon pour l'institution :

La démonstration, essentielle dans l'enseignement de la géométrie à partir du cycle 4

- ❑ **Cycles 1-3 : peuvent être interprétés comme un mouvement vers une telle géométrie**
 - Classification du réel et émergence de caractéristiques et catégories propres à la géométrie
 - Construction abstraite des objets, progressive
 - Allers-retours entre une action sur les objets graphiques et des problématiques qui s'en détachent

- ❑ **Deux finalités qui se répondent (Perrin-Glorian & Salin, 2010)**
 - Géométrie comme modélisation de l'espace sensible (**finalité pratique**)
 - Géométrie comme théorie mathématique (**finalité théorique**)

LA GÉOMÉTRIE ENTRE ESPACE SENSIBLE, ESPACE GRAPHIQUE, ESPACE GÉOMÉTRIQUE



D'après Perrin-Glorian et Godin, 2017 (p.9)

Dessin: objet graphique, pris au sens large. Il peut, ou non, représenter un objet abstrait de la géométrie.

Dans l'activité géométrique d'élèves, le dessin peut avoir plusieurs statuts (Chaachoua, 1997)

1. Objets, enjeux de la géométrie
2. Représentations matérielles d'autres objets matériels, ceux visés par la géométrie.
3. Représentants d'objets idéaux qui sont enjeux de la géométrie.

En lien fort avec les modalités de preuve des résultats

1. Expérimentation directe (*empirisme naïf*)
2. Travail expérimental sur une classe d'objets (*exemple générique*)
3. Hors de l'expérimentation (*preuve intellectuelle*)

Le passage à une géométrie théorique suppose ainsi un glissement simultané du statut du dessin et des modalités de preuves (entre autres).

Un problème de démonstration en géométrie

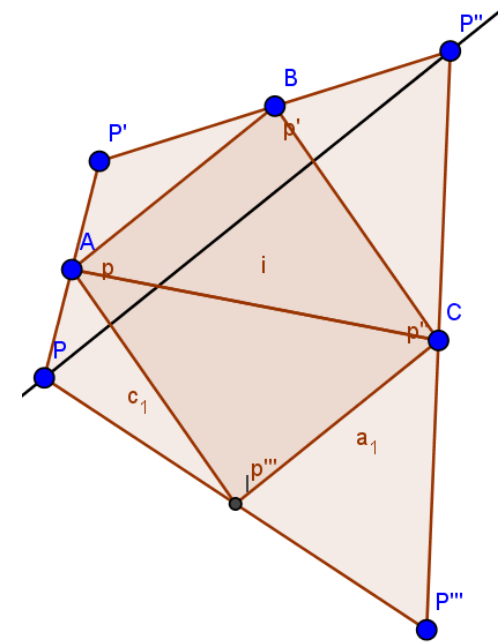
- ABC est un triangle, P un point du plan qui n'est pas un sommet, et
 - P' le symétrique de P par rapport à A;
 - P'' le symétrique de P' par rapport à B;
 - P''' le symétrique de P'' par rapport à C;
 - I le milieu de [PP''']

Que dire du point I ?

[Géogébra](#)

Que doit-on savoir faire sur un dessin en géométrie ?

Transformer le dessin par des règles propres à la géométrie de façon à obtenir d'autres dessins pouvant constituer un apport de connaissances opératoires au regard du problème posé



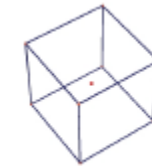
Opérations de différents types

- Effectuer des reconfigurations (dessin / sous-dessins / unités figurales)
- Opérer éventuellement par ajouts de tracés
- Rendre visible de l'implicite

QUE FAUT-IL SAVOIR FAIRE SUR LE DESSIN POUR PRODUIRE DES DÉMONSTRATIONS ?

Dimension épistémologique: qu'a-t-on le droit de faire subir à un dessin?

- ❑ Question du statut du dessin
- ❑ Opposition entre deux modalités de *visualisation: iconique* ou *non iconique* (Duval, 2005)
 - Visualisation iconique: les objets sont identifiés par leurs contours
 - Visualisation non-iconique: le dessin comme représentant sur lequel il est possible d'opérer
 - Problème du *hiatus dimensionnel*



QUE FAUT-IL SAVOIR FAIRE SUR LE DESSIN POUR PRODUIRE DES DÉMONSTRATIONS ?

Dimension cognitive: les élèves doivent pouvoir réaliser certaines opérations qui ne sont compatibles qu'avec la visualisation non-iconique (Duval 2005)

- ❑ **Déconstruction instrumentale** : *Comment construire un objet à l'aide d'instruments donnés ?*
 - Décomposition d'un objet en sous-unités dont on explicite le processus d'assemblage
 - Dimension procédurale

- ❑ **Déconstruction dimensionnelle** : *Assemblage par les propriétés géométriques d'unités figurales de dimensions inférieures.*
 - Les relations ne sont plus des actions mais des propriétés, la description n'est plus temporalisée.
 - Activité discursive

- ❑ La déconstruction dimensionnelle un processus discursif, nécessaire à la coordination dessin/langage verbal (Duval, 2005)
- ❑ La déconstruction instrumentale permet de faire le lien entre des problématiques pratiques et théoriques (Mithalal, 2010)

La modification du regard porté sur les dessins, des modalités de visualisation, constitue à notre sens un enjeu majeur de l'école primaire. Il est consubstantiel des autres évolutions que nous avons mentionnées.

Hypothèse: cela fait partie des savoirs à institutionnaliser à la fin du primaire

II. VERS UNE SITUATION FONDAMENTALE DE L'ANALYSE GÉOMÉTRIQUE DE DESSINS

« Groupe de Lille »

MJ.Perrin-Glorian, R.Duval, M.Godin, JR. Delplace, O.Verbaere, B.Keskessa, C.Mangiante, T.Barrier, R.Leclercq, AC.Mathé....

❑ Enjeux de savoir locaux : objets, propriétés et relations géométriques

Polygones, cercle, segments, droite, point

Propriétés des figures usuelles

Alignement, appartenance, perpendicularité...

❑ Enjeux de savoir liés à la pratique géométrique : construction d'un rapport géométrique aux dessins

- Analyser les dessins de manière géométrique et y voir des représentations sémiotiques d'objets, propriétés et relations géométriques
- Effectuer des traitements des dessins idoines et opératoires pour résoudre des problèmes de la géométrie

→ Une famille de situations (*une situation fondamentale comme modèle (Bessot, 2011)*)

- permettant d'accompagner les élèves dans une évolution cohérente de leur interprétation des dessins vers un rapport géométrique
- via la confrontation à un milieu, une question problématique et des contraintes engageant progressivement un traitement (instrumenté) géométrique des dessins...

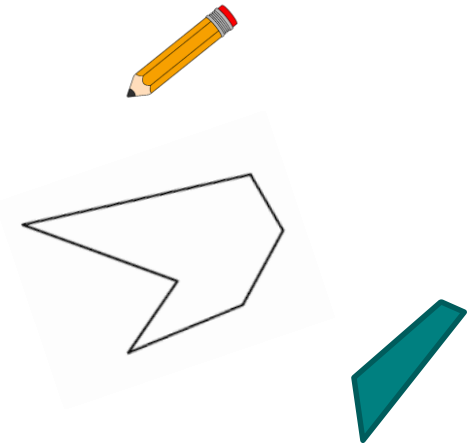
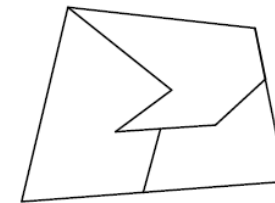
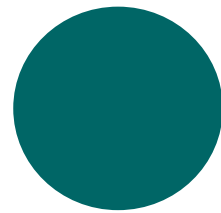
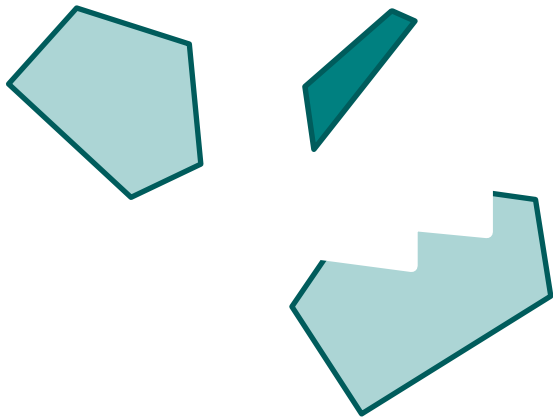
Articulation entre déconstruction instrumentale (opératoire) et dimensionnelle (en lien avec référentiel théorique)

Reproduire une figure ?

Produire une copie d'un dessin modèle, simple ou complexe (assemblage)

A l'échelle ou non, à partir d'une amorce ou non

Avec des instruments donnés ou avec des contraintes posées sur les instruments



Validation par calque (et par le coût de la reproduction) – traits de construction

Règles du jeu sur les instruments

Tracer un trait dans la figure modèle : 0 pt

Tracer un trait dans la figure à compléter : 1 pt

Reporter une longueur : 3 pt

Conservation de caractéristiques géométriques des figures : formes, angles, rapports de longueurs...

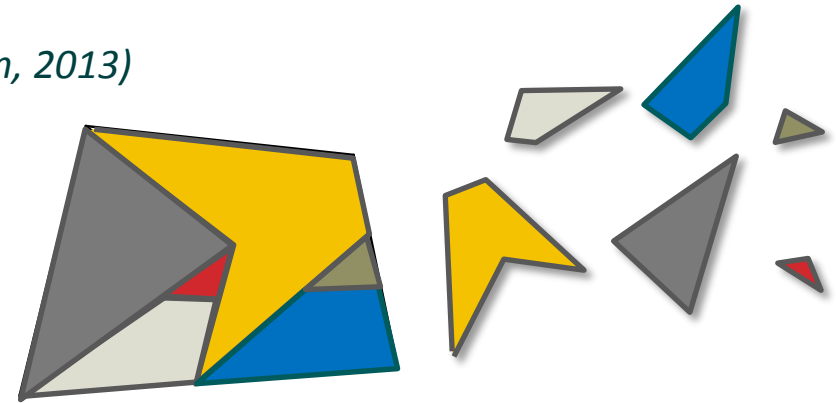
Variables didactiques-clé : dessin modèle, amorce (nature, échelle, orientation...), instruments à disposition (et les éventuelles contraintes sur les instruments)

LA REPRODUCTION DE FIGURES : UNE SITUATION FONDAMENTALE DE L'ANALYSE GÉOMÉTRIQUE DE DESSINS

→ Une suite de situations mathématiques à usage didactique (Bessot, 2011; Bosch&Perrin, 2013)

Jeu sur les instruments [artefact + schème]

- Instruments « 2D »
Gabarits

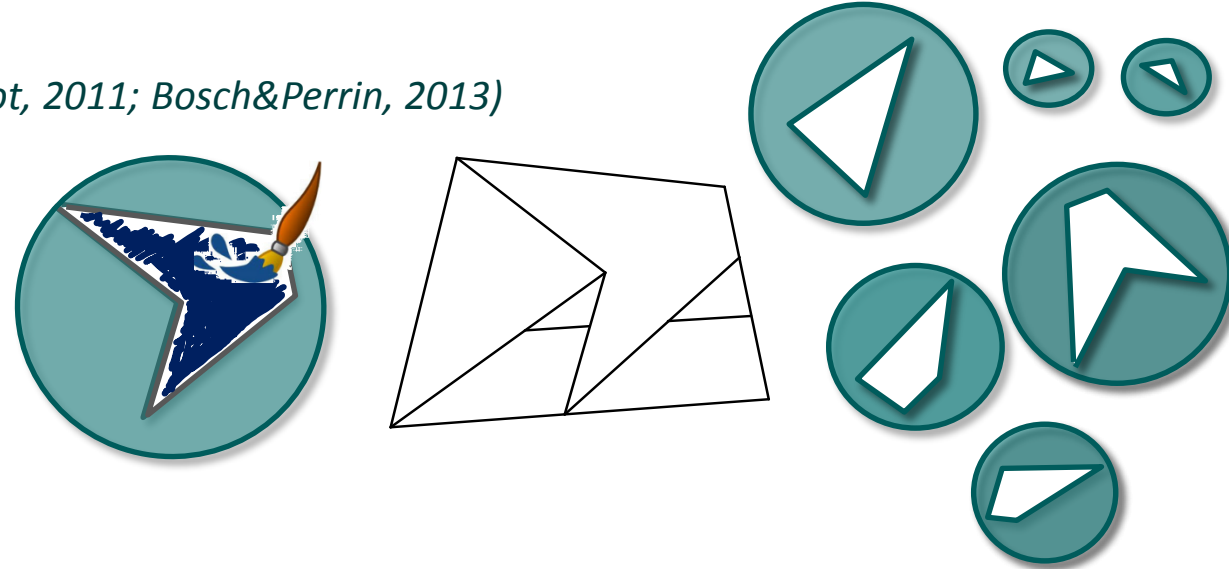


LA REPRODUCTION DE FIGURES : UNE SITUATION FONDAMENTALE DE L'ANALYSE GÉOMÉTRIQUE DE DESSINS

→ Une suite de situations mathématiques à usage didactique (Bessot, 2011; Bosch&Perrin, 2013)

Jeu sur les instruments [*artefact + schème*]

- Instruments « 2D »
Gabarits, pochoirs

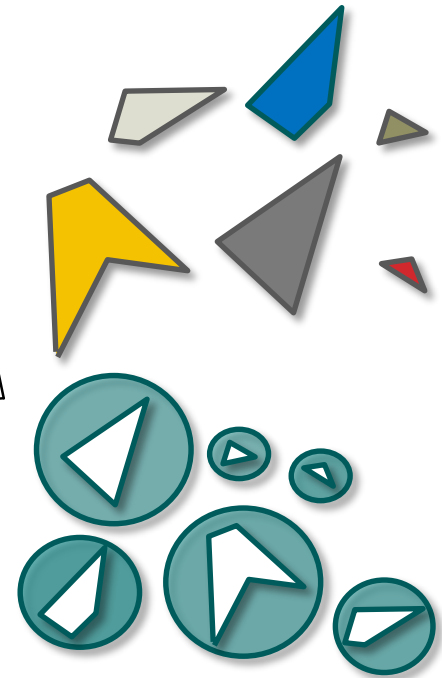
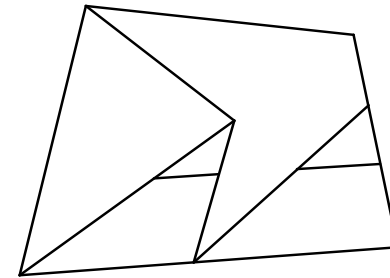
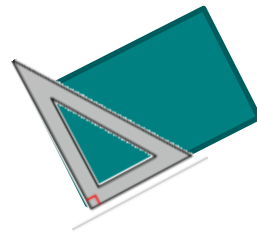


LA REPRODUCTION DE FIGURES : UNE SITUATION FONDAMENTALE DE L'ANALYSE GÉOMÉTRIQUE DE DESSINS

→ Une suite de situations mathématiques à usage didactique (Bessot, 2011; Bosch&Perrin, 2013)

Jeu sur les instruments [*artefact + schème*]

- Instruments « 2D »
 - Gabarits, pochoirs
 - Papier calque, papier (pliage)
 - Équerre (vérifier « coin »)

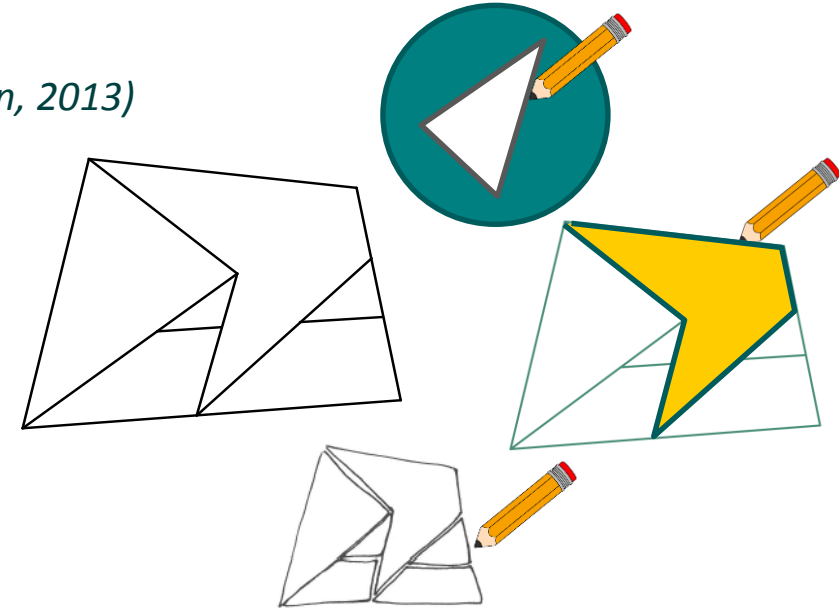


LA REPRODUCTION DE FIGURES : UNE SITUATION FONDAMENTALE DE L'ANALYSE GÉOMÉTRIQUE DE DESSINS

→ Une suite de situations mathématiques à usage didactique (Bessot, 2011; Bosch&Perrin, 2013)

Jeu sur les instruments [*artefact + schème*]

- Instruments « 2D »
 - Gabarits, pochoirs
 - Papier calque, papier (pliage)
 - Équerre (vérifier « coin »)
- Instruments « 1D »
 - Contours et bords (1D/2D)
 - Gabarits, pochoirs, crayon

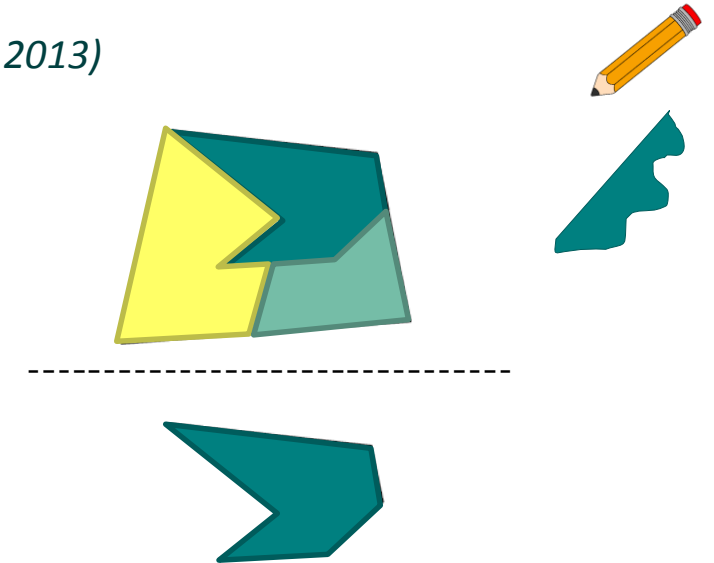


LA REPRODUCTION DE FIGURES : UNE SITUATION FONDAMENTALE DE L'ANALYSE GÉOMÉTRIQUE DE DESSINS

→ Une suite de situations mathématiques à usage didactique (Bessot, 2011; Bosch&Perrin, 2013)

Jeu sur les instruments [*artefact + schème*]

- Instruments « 2D »
 - Gabarits, pochoirs
 - Papier calque, papier (pliage)
 - Équerre (vérifier « coin »)
- Instruments « 1D »
 - Contours et bords (1D/2D)
 - Gabarits, pochoirs, crayon
 - Règle

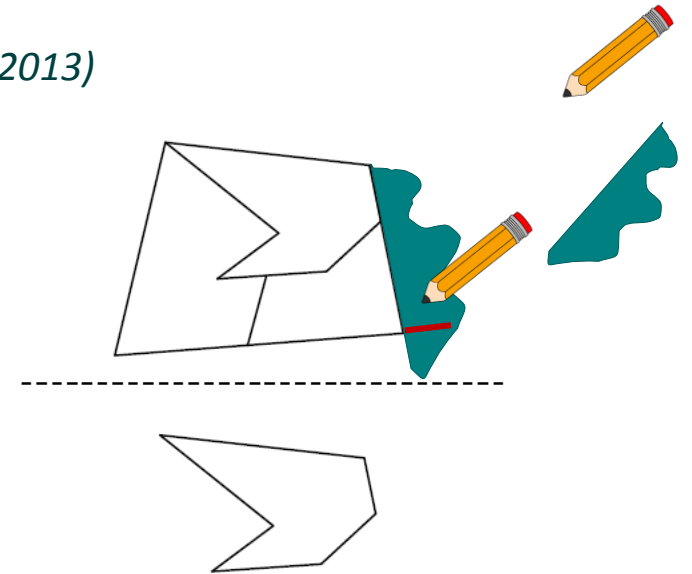


LA REPRODUCTION DE FIGURES : UNE SITUATION FONDAMENTALE DE L'ANALYSE GÉOMÉTRIQUE DE DESSINS

→ Une suite de situations mathématiques à usage didactique (Bessot, 2011; Bosch&Perrin, 2013)

Jeu sur les instruments [*artefact + schème*]

- Instruments « 2D »
 - Gabarits, pochoirs
 - Papier calque, papier (pliage)
 - Équerre (vérifier « coin »)
- Instruments « 1D »
 - Contours et bords (1D/2D)
 - Gabarits, pochoirs, crayon
 - Règle + reporteur de longueur

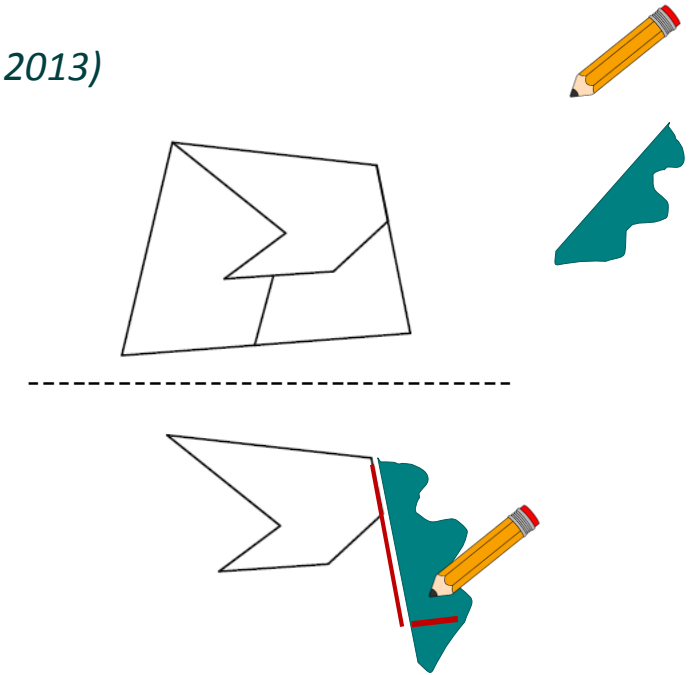


LA REPRODUCTION DE FIGURES : UNE SITUATION FONDAMENTALE DE L'ANALYSE GÉOMÉTRIQUE DE DESSINS

→ Une suite de situations mathématiques à usage didactique (Bessot, 2011; Bosch&Perrin, 2013)

Jeu sur les instruments [*artefact + schème*]

- Instruments « 2D »
 - Gabarits, pochoirs
 - Papier calque, papier (pliage)
 - Équerre (vérifier « coin »)
- Instruments « 1D »
 - Contours et bords (1D/2D)
 - Gabarits, pochoirs, crayon
 - Règle + reporteur de longueur

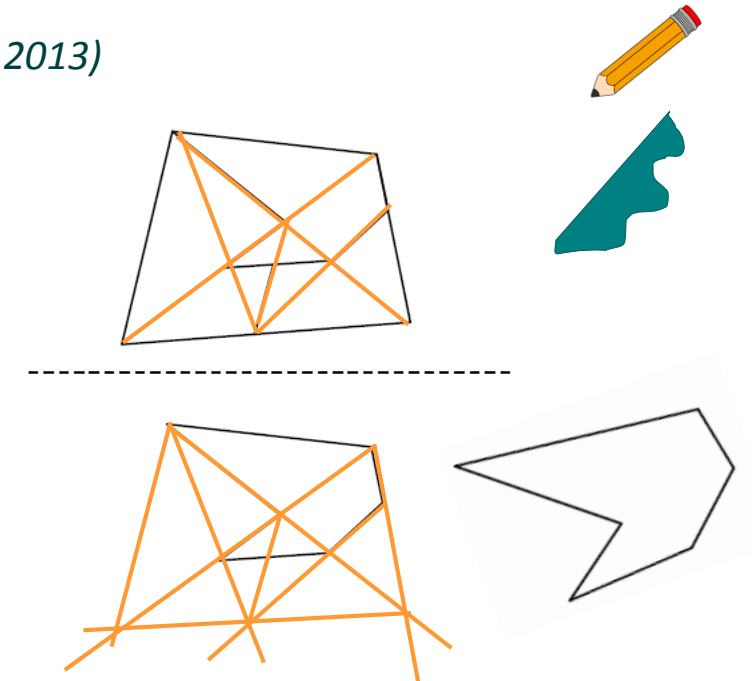
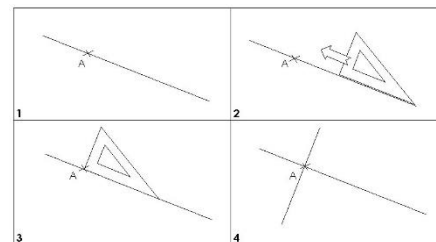
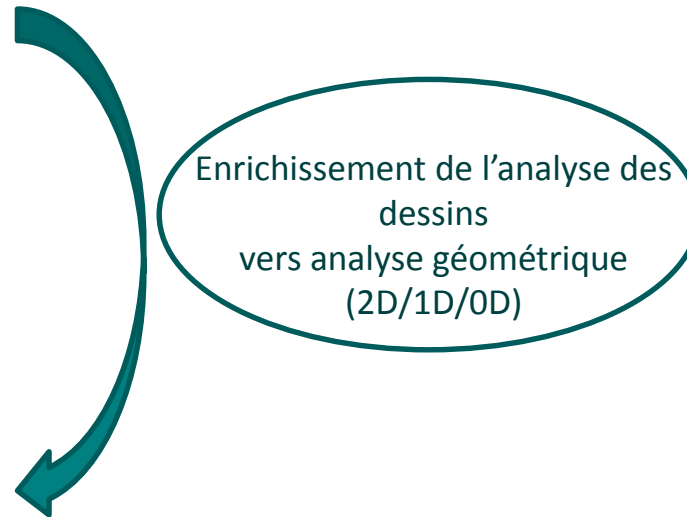


LA REPRODUCTION DE FIGURES : UNE SITUATION FONDAMENTALE DE L'ANALYSE GÉOMÉTRIQUE DE DESSINS

→ Une suite de situations mathématiques à usage didactique (Bessot, 2011; Bosch&Perrin, 2013)

Jeu sur les instruments [artefact + schème]

- Instruments « 2D »
Gabarits, pochoirs
Papier calque, papier (pliage)
Équerre (vérifier « coin »)
 - Instruments « 1D »
 - Contours et bords (1D/2D)
Gabarits, pochoirs, crayon
Règle + reporteur de longueur
 - Lignes (1D) et points (0D)
Règles
- Compas
Équerre



Règles du jeu sur les instruments

- Tracer un trait dans la figure modèle : 0 pt
- Tracer un trait dans la figure à compléter : 1 pt
- Reporter une longueur : 3 pt

LA REPRODUCTION DE FIGURES : UNE SITUATION FONDAMENTALE DE L'ANALYSE GÉOMÉTRIQUE DE DESSINS

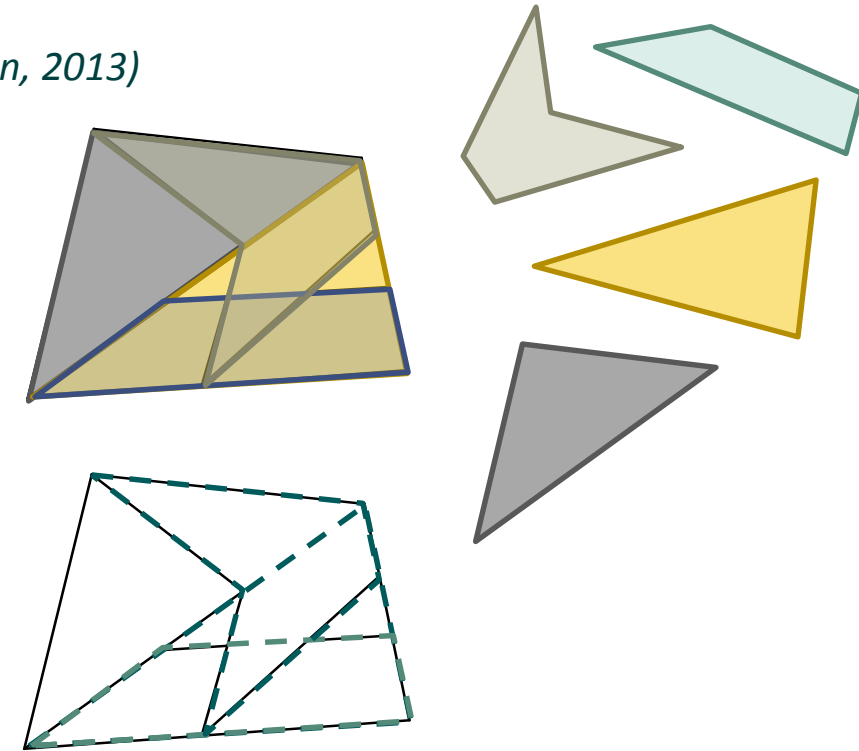
→ Une suite de situations mathématiques à usage didactique (Bessot, 2011; Bosch&Perrin, 2013)

Jeu sur les instruments [*artefact + schème*]

- Instruments « 2D »
Gabarits, pochoirs
Papier calque, papier (pliage)
Équerre (vérifier « coin »)
- Instruments « 1D »
 - Contours et bords (1D/2D)
Gabarits, pochoirs
Règle + reporteur de longueur
 - Lignes (1D) et points (0D)
Règles



Enrichissement de l'analyse des
dessins
vers analyse géométrique
(2D/1D/0D)



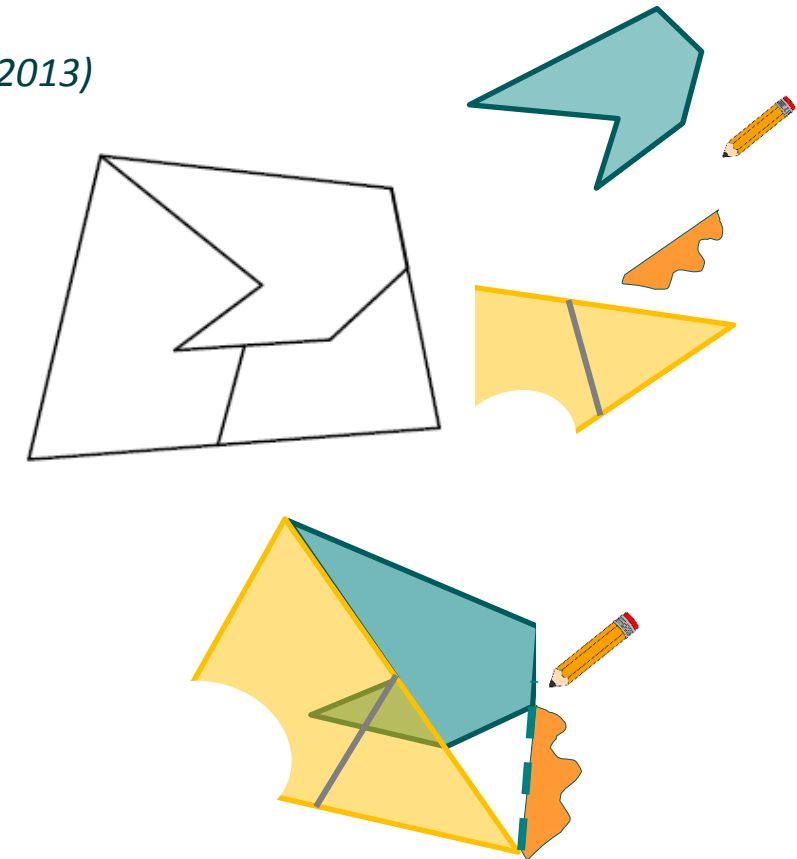
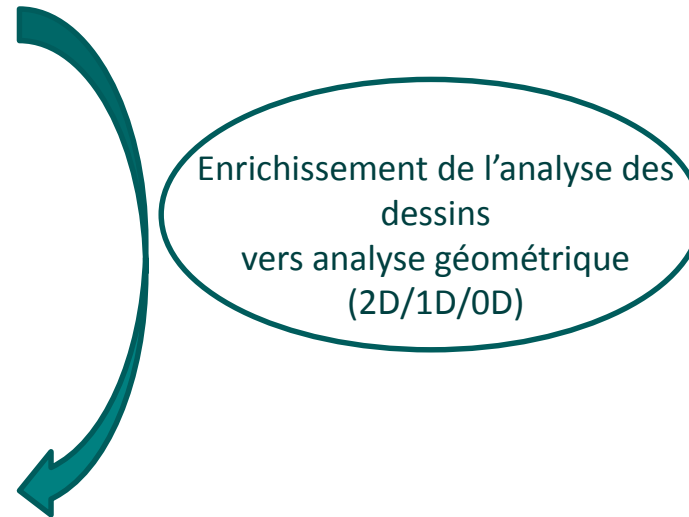
→ Intérêt d'un travail visant l'analyse de dessins
en termes d'assemblage par superposition

LA REPRODUCTION DE FIGURES : UNE SITUATION FONDAMENTALE DE L'ANALYSE GÉOMÉTRIQUE DE DESSINS

→ Une suite de situations mathématiques à usage didactique (Bessot, 2011; Bosch&Perrin, 2013)

Jeu sur les instruments [*artefact + schème*]

- Instruments « 2D »
Gabarits, pochoirs
Papier calque, papier (pliage)
Équerre (vérifier « coin »)
- Instruments « 1D »
 - Contours et bords (1D/2D)
Gabarits, pochoirs
Règle + reporteur de longueur
 - Lignes (1D) et points (0D)
Règles

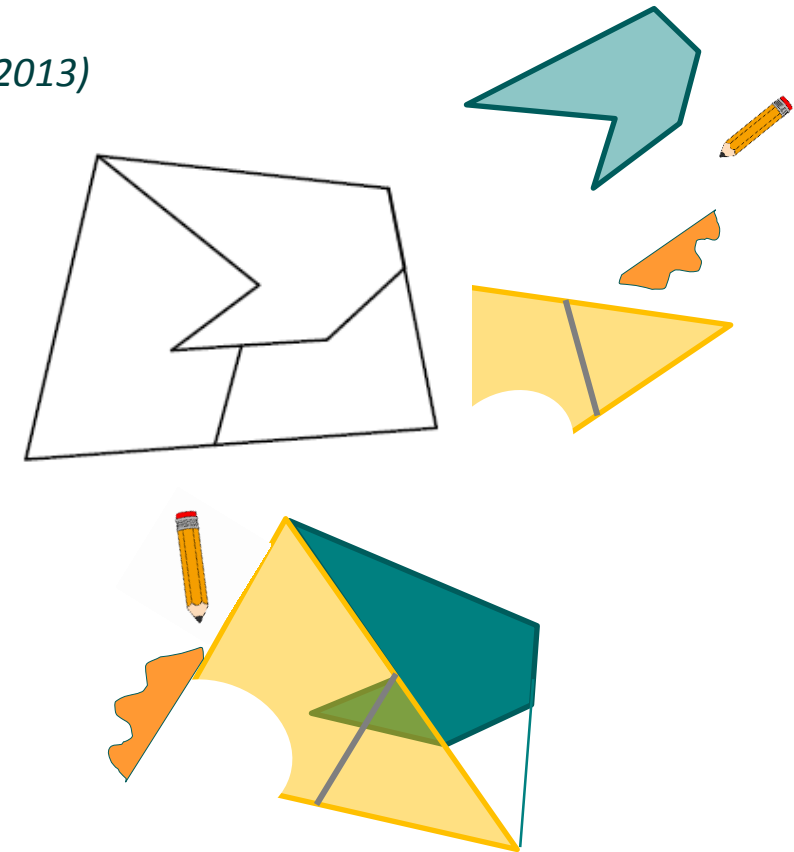
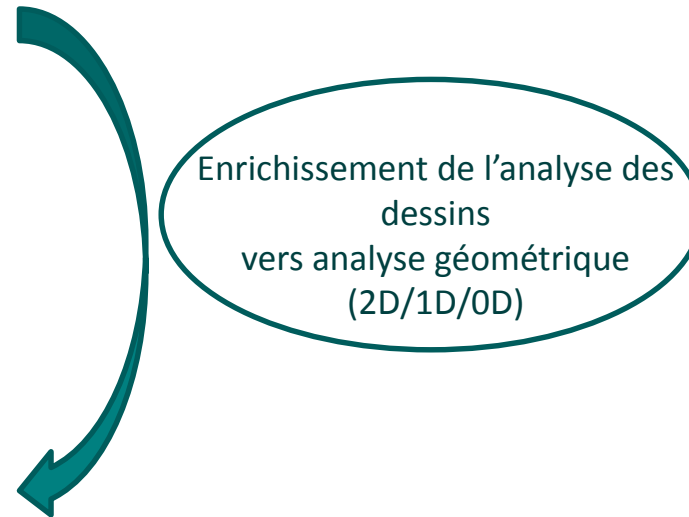


LA REPRODUCTION DE FIGURES : UNE SITUATION FONDAMENTALE DE L'ANALYSE GÉOMÉTRIQUE DE DESSINS

→ Une suite de situations mathématiques à usage didactique (Bessot, 2011; Bosch&Perrin, 2013)

Jeu sur les instruments [*artefact + schème*]

- Instruments « 2D »
Gabarits, pochoirs
Papier calque, papier (pliage)
Équerre (vérifier « coin »)
- Instruments « 1D »
 - Contours et bords (1D/2D)
Gabarits, pochoirs
Règle + reporteur de longueur
 - Lignes (1D) et points (0D)
Règles

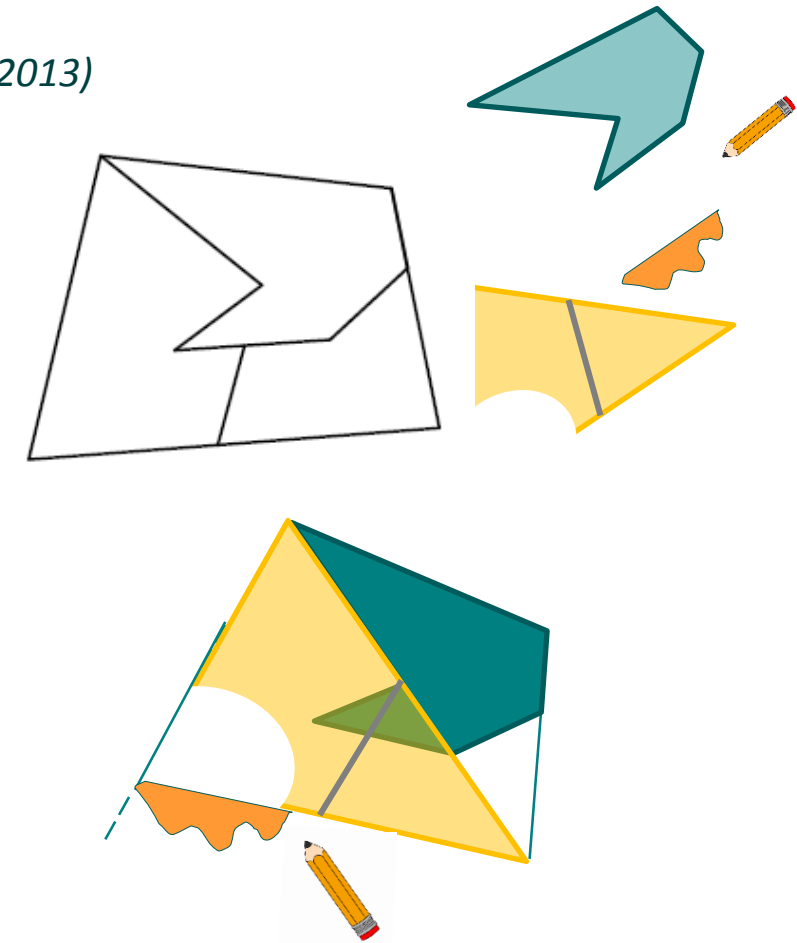
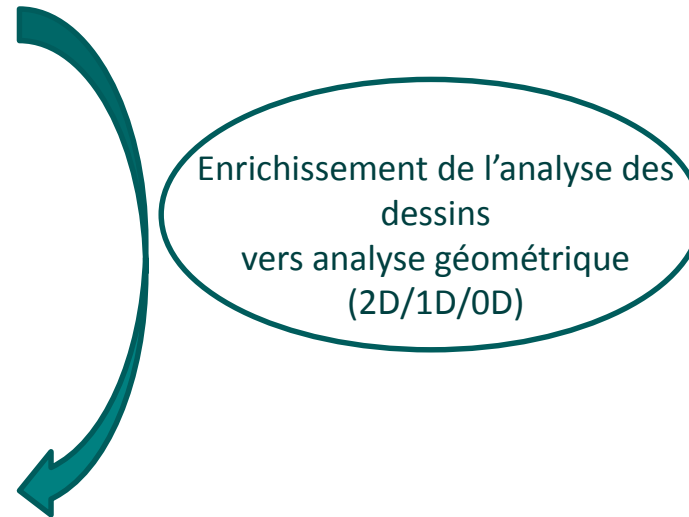


LA REPRODUCTION DE FIGURES : UNE SITUATION FONDAMENTALE DE L'ANALYSE GÉOMÉTRIQUE DE DESSINS

→ Une suite de situations mathématiques à usage didactique (Bessot, 2011; Bosch&Perrin, 2013)

Jeu sur les instruments [*artefact + schème*]

- Instruments « 2D »
Gabarits, pochoirs
Papier calque, papier (pliage)
Équerre (vérifier « coin »)
- Instruments « 1D »
 - Contours et bords (1D/2D)
Gabarits, pochoirs
Règle + reporteur de longueur
 - Lignes (1D) et points (0D)
Règles



(RE)PENSER LES ENJEUX DE LA GÉOMÉTRIE DES FIGURES, DANS UNE CONTINUITÉ TOUTE AU LONG DE L'ÉCOLE

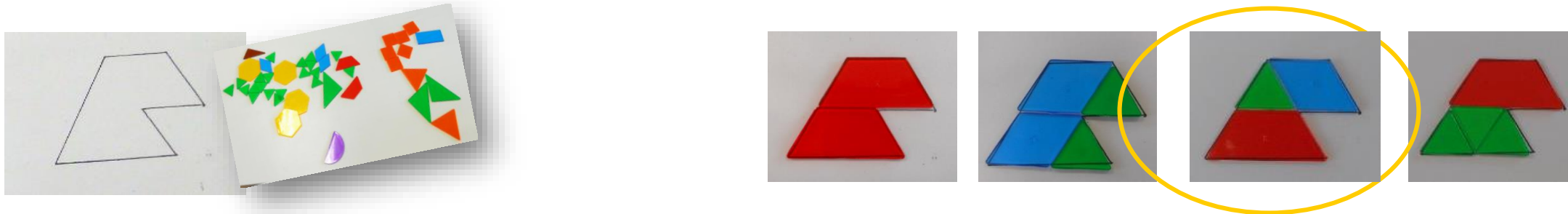
- ❑ De nombreux travaux développés ces dernières années en didactique de la géométrie (C. Bulf et V. Celi, T. Barrier,, E. Petitfour, C. Winder, C. Maréchal et S. Coutat, C.Mangiante...)

- ❑ Quelques mises en scène en classe(s)

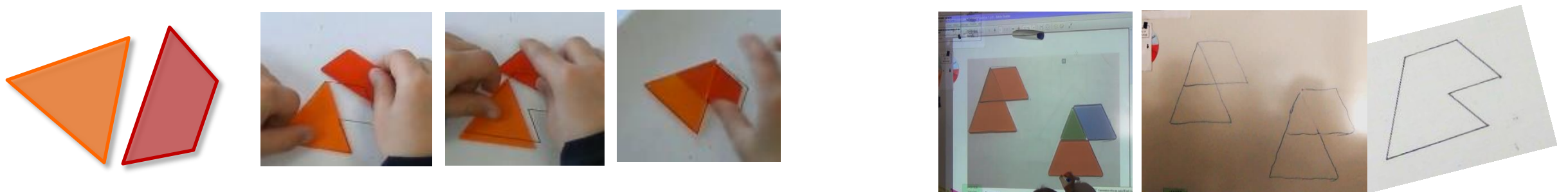
- **Jeu sur les formes : un premier pas vers une analyse géométrique des dessins**

Marie Geourjon, GS, St Saturnin (63) et Rémi Canivenq, CP, Thiers (63)

Paver des formes : différentes manières possibles de voir et de décomposer une forme (assemblages de surfaces juxtaposées)



Recouvrir entièrement la forme, avec deux formes imposées, de façon à faire apparaître les mêmes « traits intérieurs »

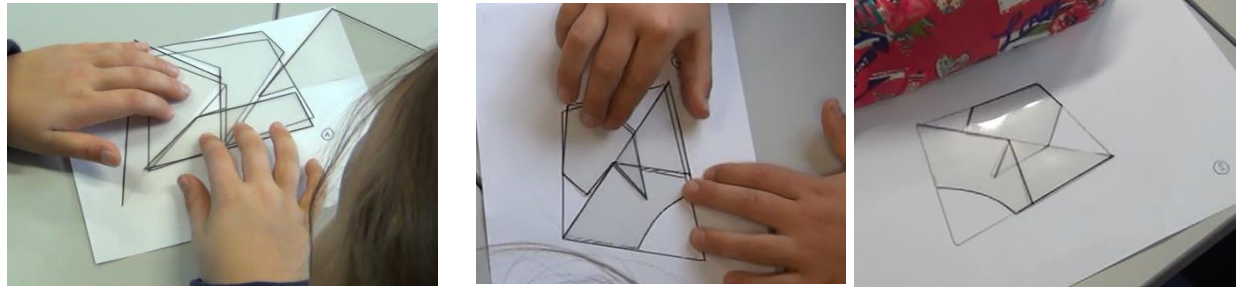


Une même dessin interprété comme assemblage par juxtaposition / superposition; Faire apparaître des traits (prolongements)

(RE)PENSER LES ENJEUX DE LA GÉOMÉTRIE DES FIGURES, DANS UNE CONTINUITÉ TOUTE AU LONG DE L'ÉCOLE

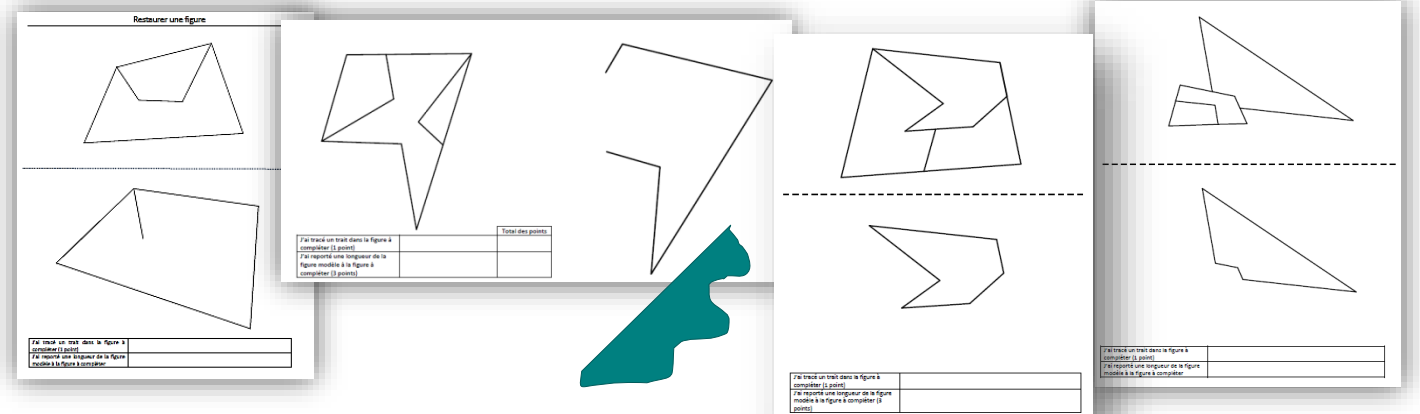
- **Des surfaces aux bords puis aux lignes**

Valérie Maillot, CE2/CM1, Chamalières (63)

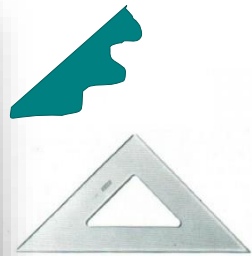
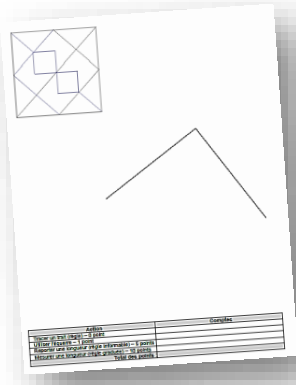


- **Segments, droites, points; alignement et appartenance**

CE2/CM1 - CM2, Chamalières (63)

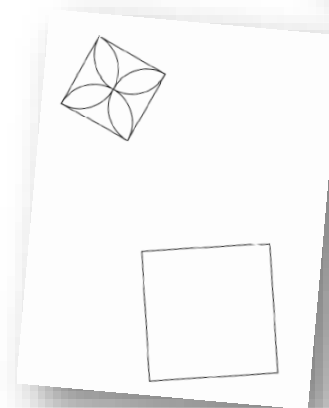


- **Angle droit/ droites perpendiculaires**



Barrier T., Hache C.,
Mathé AC (2014)

- **Disque / cercle(s)**



Bulf C., Celi V. (2016)

GÉOMÉTRIE PHYSIQUE, TRAITEMENT INSTRUMENTÉ DES DESSINS ET ÉMERGENCE D'OBJETS, PROPRIÉTÉS ET RELATIONS THÉORIQUES

❑ Une entrée dans une géométrie théorique en appui sur une géométrie physique

Des objets, propriétés et relations géométriques d'abord outils de résolution de problèmes de l'espace spatio-géométrique

❑ Entrée dans une géométrie théorique en appui sur une géométrie physique : un changement de statut des instruments

Analyser les caractéristiques visuelles d'un dessin en termes de propriétés géométriques que l'on peut reproduire avec des instruments.

Les instruments matériels :

- outils de traitement de caractéristiques visuelles graphiques
- représentants matériels d'*instruments théoriques* (Petitfour, 2015; Barrier et Petitfour - TD)

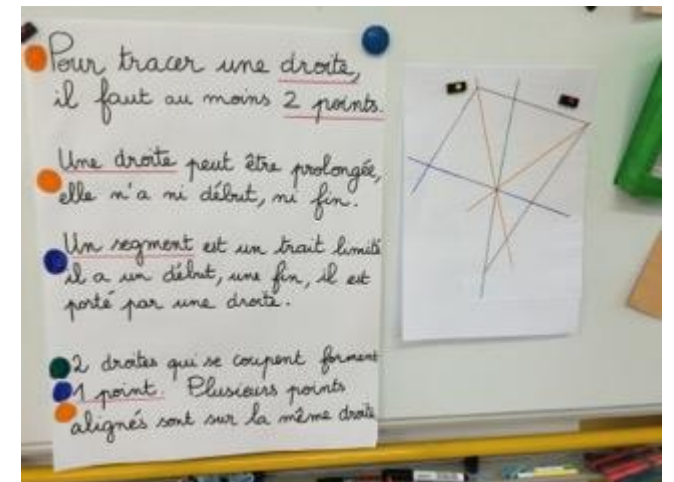
Ex.: Usage géométrique de la règle (non graduée)

Permet de tracer des segments ou des droites (traits rectilignes que l'on peut toujours prolonger autant que l'on veut).

Tracer une droite avec une règle : nécessité de deux points ou d'un segment

Vérifier l'alignement de trois points, d'un segment et d'un point ou de deux segments

→ Objets géométriques élémentaires : segment, droite, point et leurs relations



❑ **Un premier mouvement**

- de l'analyse de l'activité géométrique « experte » (géométrie des configurations - démonstration, collège)
- à l'identification de savoirs et de connaissances, enjeux d'enseignement et d'apprentissage de l'école
- à la recherche d'une situation fondamentale, de situations à usage didactique puis à leurs transpositions

Primauté du *faire* et apprentissage par adaptation (à des situations d'action)

Mises en scène en classes et analyses

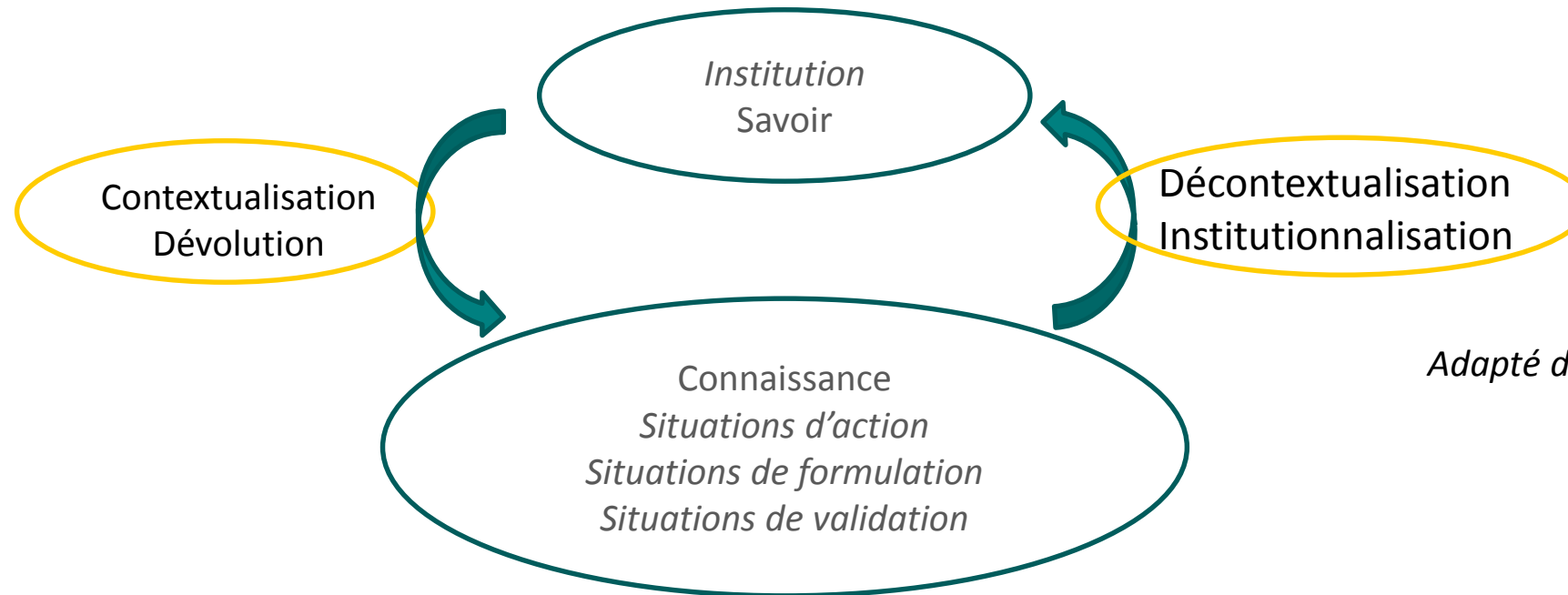
- ❑ Ouverture vers des questions de recherche portant, de manière large, sur **le rôle du langage les apprentissages en géométrie à l'école**, articulées autour de **différentes préoccupations**

Interroger les interactions entre les phénomènes d'adaptation et de construction sociale des connaissances et savoirs géométriques

III. LANGAGE ET APPRENTISSAGE DE LA GÉOMÉTRIE À L'ÉCOLE

TSD : l'apprentissage comme un double processus (*Bessot 2011*)

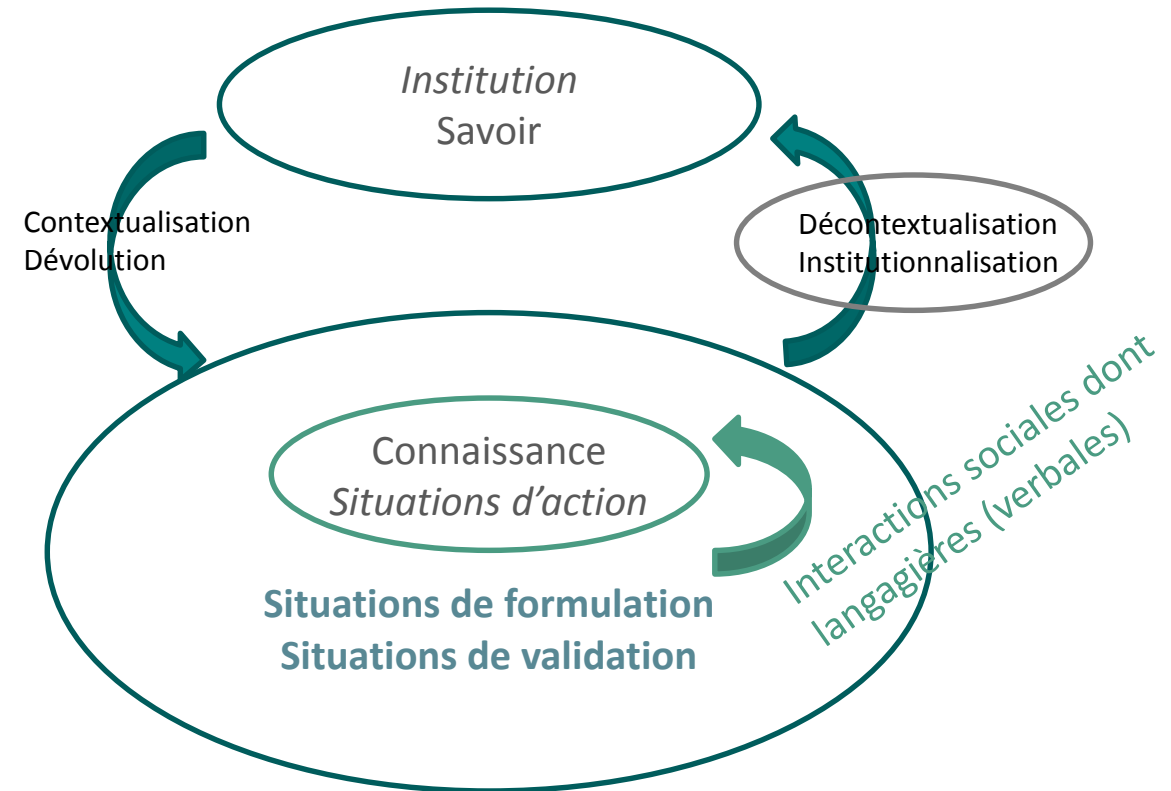
- (1) « **processus d'adaptation** (assimilation/accomodation) à un milieu qui est porteur de contradictions, de difficultés, de déséquilibres ;
- (2) **processus d'acculturation** par l'entrée dans les pratiques d'une institution (dévolution, institutionnalisation)



Adapté d'après Laparra & Margolinas (2010, p.150)

- Primauté donnée à une construction personnelle et interne de la connaissance.
- Pratiques langagières verbales : des externalités ou des moyens de mise à distance (dévolution, institutionnalisation) *Radford (2011)*

1. Quelles **fonctions cognitives du langage** et des interactions langagières lors de la confrontation effective des élèves à des **situations d'action** ?
2. Quelles possibilités et potentialités d'une instanciation de la **dialectique de l'action, de la formulation et de la validation** ?
3. Comment s'opèrent et peuvent d'opérer les processus d'**institutionnalisation**, de transformation de connaissances en savoirs (dépersonnalisation, décontextualisation...)?



III.1. FONCTIONS COGNITIVES DU LANGAGE DANS LA CONSTRUCTION DE CONNAISSANCES POUR L'ACTION

L'élève, confronté à une situation d'action (reproduction de figures), n'est jamais isolé....

- ❑ Les interactions des élèves en lien direct avec le milieu s'opèrent via :
 - les actions sur le milieu sous les contraintes du jeu
 - le langage et les interactions langagières (langage verbal oral, discours de genre premier (Bakhtine; Bernié, Jaubert, Rebière), étroitement lié à l'action)

- ❑ Le langage, comme partie prenante de l'*activité géométrique* des élèves, outil de co-construction, de négociation et de transformation des significations (Wittgenstein (1921); Bernié (2002); Jaubert, Rebière (2002))

Quel est l'impact de ces interactions langagières relativement à la construction des connaissances?

Comment mieux comprendre la manière dont s'entremêlent processus adaptationnistes et sociaux de la construction des connaissances, pour l'action ?

□ Description de l'activité géométrique d'élèves, centrée sur sa dimension cognitive

Activité : un outil local, moyen de considérer, dans une situation donnée et de manière conjuguée, divers canaux par lesquels la pensée se donne à voir - l'*agir* et le *parler* (Barrier et al., 2014)

Centration sur le versant cognitif de l'activité : étude des manières d'agir et de parler comme indices sur les connaissances mobilisées (manière de penser) et leurs évolutions.

Notre interprétation des observables de l'activité considérés

- **Dessins, instruments matériels : registre de représentation graphique d'objets, de propriétés et de relations mobilisés (matériels - visuels ou géométriques)**

Manières d'agir (usage des instruments, procédures instrumentées d'analyse et de construction des figures) : modalités de convocation, de traitement, de négociation des objets, propriétés, relations considérés

- **Langage : registre de représentation sémiotique des objets, propriétés, relations considérés**

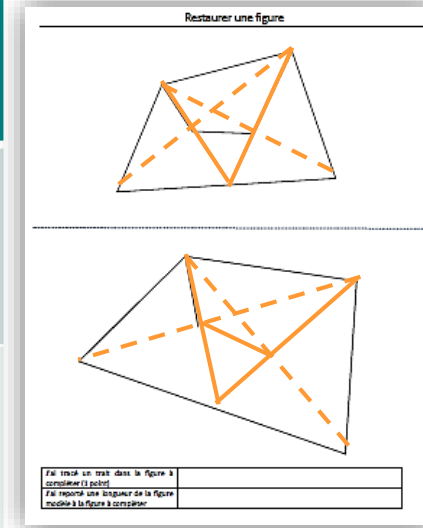
Manière de parler (désignation des objets, des actions sur ces objets) : modalités de convocation, de traitement, de négociation des objets, propriétés, relations considérés

FONCTIONS COGNITIVES DU LANGAGE DANS LA CONSTRUCTION DE CONNAISSANCES POUR L'ACTION

□ Démarche d'analyse de séances de classe

- **A priori** : Envisager une cohérence épistémologique (du point de vue des connaissances, conceptions, savoirs en jeu) entre manières de penser, d'agir et de parler possibles → différents **modes de fréquentation** possibles des objets (géométriques) en jeu

Penser Analyse des dessins (nature et dimension des objets pris en compte, propriétés géométriques identifiés)	Parler Lexique, expressions (structure logique des propositions) Références des déictiques	Agir Modalités de traitement des objets matériels (choix et usage des instruments)
Vision – Surfaces Caractéristiques visuelles de formes (2D)	Description figurative Nom des formes Coin Position relative de formes	Reproduire avec gabarits (puzzle), formes coloriées...
Vision Contours - Bords- Segments Caractéristiques visuelles de formes (1D/2D) Alignement de bords, de bords et de coins	Bord, traits Coin Égalité de longueurs (modèle/amorce)	Reproduire des contours, des bords Pas de prolongement Reports de longueur
Vision segment, droites, point Alignement de segments, d'un segment avec un ou plusieurs points, de trois points Droite caractérisée par un segment ou deux points Point construits comme intersection de deux droites...	Traits – droites... Prolonger Des traits qui se coupent	Règle, prolongement de traits

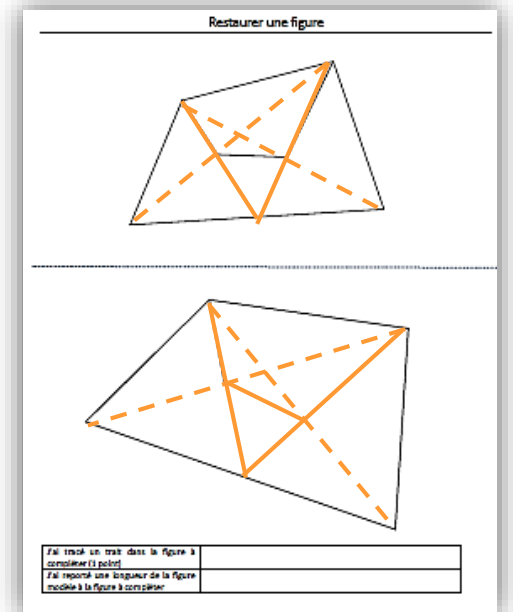
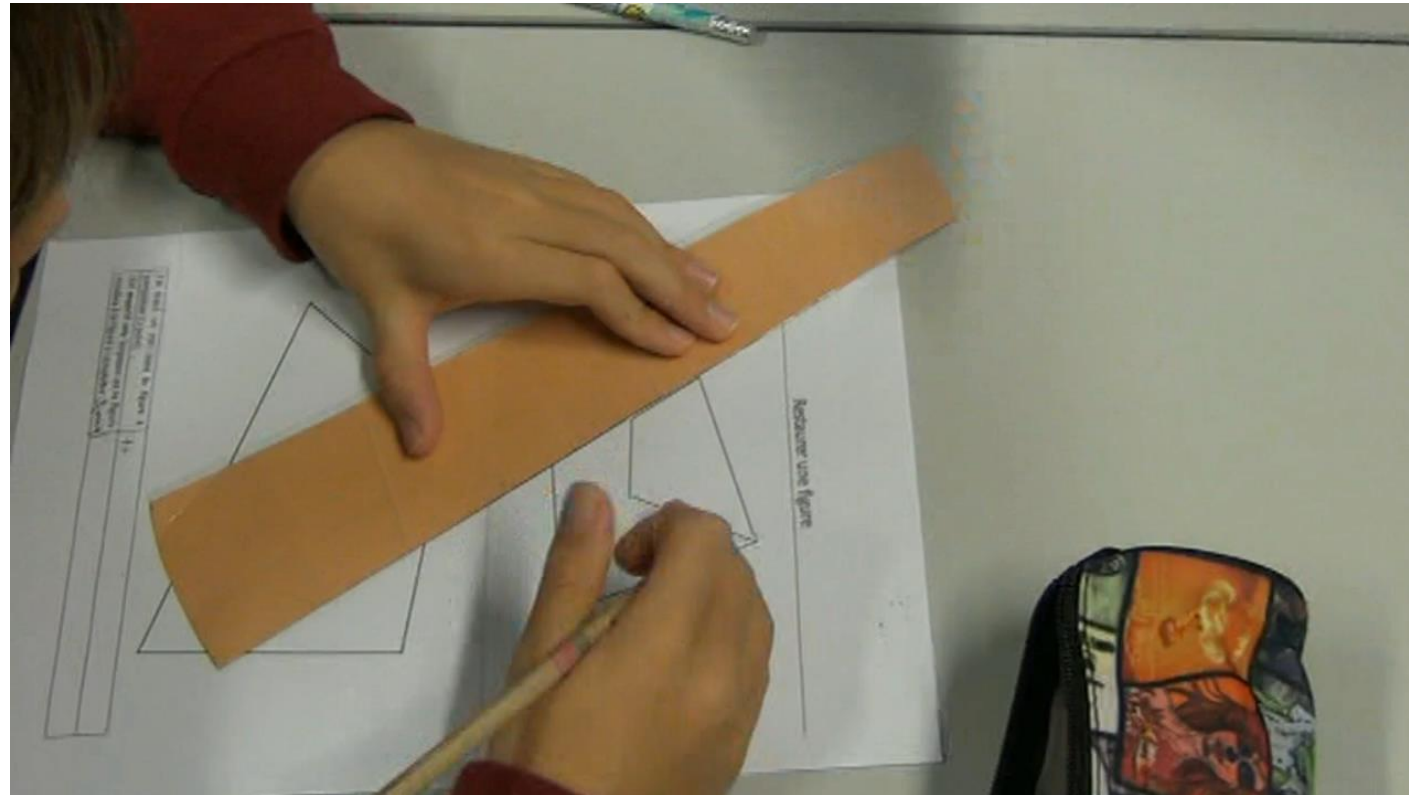


FONCTIONS COGNITIVES DU LANGAGE DANS LA CONSTRUCTION DE CONNAISSANCES POUR L'ACTION

❑ Démarche d'analyse de séances de classe

• *A posteriori*

- **Décrire l'activité géométrique d'un élève à un moment m** (manières de *penser* les objets géométriques en jeu) à travers l'analyse de ses *manières d'agir, manières de parler*
- **Analyser les moteurs de l'évolution des stratégies** des élèves via les modalités d'articulation entre traitements dans registres sémiotiques graphique et langagier



FONCTIONS COGNITIVES DU LANGAGE DANS LA CONSTRUCTION DE CONNAISSANCES POUR L'ACTION

❑ Démarche d'analyse de séances de classe

- *A posteriori*

- Décrire l'activité géométrique d'un élève à un moment *m* (manières de *penser* les objets géométriques en jeu) à travers l'analyse de ses *manières d'agir, manières de parler*
- Analyser les moteurs de l'évolution des stratégies des élèves via les modalités d'articulation entre traitements dans registres sémiotiques graphique et langagier

Penser Analyse des dessins (nature et dimension des objets pris en compte, propriétés géométriques identifiés)	Parler Lexique, expressions (structure logique des propositions) Références des déictiques	Agir Modalités de traitement des objets matériels (choix et usage des instruments)
Vision – Surfaces Caractéristiques visuelles de formes (2D)	Description figurative Nom des formes – « Triangle » Coin Position relative de formes	Reproduire avec gabarits (puzzle), formes colorées...
Vision Contours - Bords- Segments Caractéristiques visuelles de formes (1D/2D) Alignement de bords, de bords et de coins	Bord, traits « Placer ce trait » Coin Égalité de longueurs (modèle/amorce)	Reproduire des contours, des bords Pas de prolongement Reports de longueur
Vision segment, droites, point Alignement de segments, d'un segment avec un ou plusieurs points, de trois points Droite caractérisée par un segment ou deux points Point construits comme intersection de deux droites...	Traits – droites... « Il faut tracer des droites » Prolonger Des traits qui se coupent	Règle, prolongement de traits

FONCTIONS COGNITIVES DU LANGAGE DANS LA CONSTRUCTION DE CONNAISSANCES POUR L'ACTION

□ Démarche d'analyse de séances de classe

• *A posteriori*

- Décrire l'activité géométrique d'un élève à un moment *m* (manières de *penser* les objets géométriques en jeu) à travers l'analyse de ses *manières d'agir, manières de parler*
- Analyser les moteurs de l'évolution des stratégies des élèves via les modalités d'articulation entre traitements dans registres sémiotiques graphique et langagier

Penser Analyse des dessins (nature et dimension des objets pris en compte, propriétés géométriques identifiés)	Parler Lexique, expressions (structure logique des propositions) Références des déictiques	Agir Modalités de traitement des objets matériels (choix et usage des instruments)
Vision – Surfaces Caractéristiques visuelles de formes (2D)	Description figurative Nom des formes – « Triangle » Coin Position relative de formes	Reproduire avec gabarits (puzzle), formes colorées...
Vision Contours - Bords- Segments Caractéristiques visuelles de formes (1D/2D) Alignement de bords, de bords et de coins	Bord, traits « Placer ce trait » Coin Égalité de longueurs (modèle/amorce)	Reproduire des contours, des bords Pas de prolongement Reports de longueur
Vision segment, droites, point Alignement de segments, d'un segment avec un ou plusieurs points, de trois points Droite caractérisée par un segment ou deux points Point construits comme intersection de deux droites...	Traits – droites... « Il faut tracer des droites » Prolonger Des traits qui se coupent	Règle, prolongement de traits

FONCTIONS COGNITIVES DU LANGAGE DANS LA CONSTRUCTION DE CONNAISSANCES POUR L'ACTION

❑ Démarche d'analyse de séances de classe

• *A posteriori*

- **Décrire l'activité géométrique d'un élève à un moment m** (manières de *penser* les objets géométriques en jeu) à travers l'analyse de ses *manières d'agir, manières de parler*
- **Analyser les moteurs de l'évolution des stratégies des élèves via les modalités d'articulation entre traitements dans registres sémiotiques graphique et langagier**

Penser Analyse des dessins (nature et dimension des objets pris en compte, propriétés géométriques identifiés)	Parler Lexique, expressions (structure logique des propositions) Références des déictiques	Agir Modalités de traitement des objets matériels (choix et usage des instruments)
Vision – Surfaces Caractéristiques visuelles de formes (2D)	Description figurative Nom des formes – « Triangle » Coin Position relative de formes	Reproduire avec gabarits (puzzle), formes colorées...
Vision Contours - Bords- Segments Caractéristiques visuelles de formes (1D/2D) Alignement de bords, de bords et de coins	Bord, traits « Placer ce trait » Coin Égalité de longueurs (modèle/amorce)	Reproduire des contours, des bords Pas de prolongement Reports de longueur
Vision segment, droites, point Alignement de segments, d'un segment avec un ou plusieurs points, de trois points Droite caractérisée par un segment ou deux points Point construits comme intersection de deux droites...	Traits – droites... « Il faut tracer des droites » Prolonger Des traits qui se coupent	Règle, prolongement de traits prolongement de traits

Des outils permettant une **prise en compte nouvelle des fonctions cognitives du langage** dans la mise en scène de situations didactiques d'action

Verbalisation et travail dans et sur le langage non nécessaires au regard de la situation (d'action) mais...

- ❑ Les interactions langagières (verbales, orales), situées, constituent un lieu d'expression, de confrontation, de négociation de rapports aux dessins, vers un rapport géométrique idoine
- ❑ Moteurs de l'évolution des connaissances mobilisées pour l'action : interactions entre traitements dans les registres sémiotiques graphique et langagier

→ Un enrichissement

- de *l'analyse a posteriori* (compréhensif)
- de *l'analyse a priori* de mises en scène de situations de reproduction en classe (attention plus grande portée aux activités, située, de verbalisation et de description des actions)

Toutefois, des questions subsistent ...

- ❑ **Des discours de genre premier** : un langage de communication, contextuel et fonctionnel, en lien fort avec les gestes graphiques techniques mis en œuvre (*mettre par-dessus, prolonger...*)
Un premier mouvement vers la **construction d'un vocabulaire et de références partagées** (Mathé, 2012)
- ❑ De possibles **phases d'institutionnalisation**,
 - largement guidées par le maître
 - portant essentiellement sur le partage d'un *vocabulaire* idoine et opératoire
- ❑ Or **enjeux de savoirs de double nature**
 - Enjeux de savoir locaux : objets, propriétés et relations géométriques
 - Enjeux de savoir liés à la construction d'un rapport géométrique aux dessins et à la capacité à développer une analyse géométrique des figures

→ **Articuler *déconstruction instrumentale* et *déconstruction dimensionnelle* et construire un langage susceptible de porter une analyse géométrique de figures dépassent la question du vocabulaire...**

« Le langage [de la géométrie] et les difficultés qu'il suscite ne sont ni dans la connaissance du « vocabulaire » géométrique ni dans les concepts que les mots signifient mais dans les **opérations de désignation** qu'ils supposent ainsi que dans le discernement visuel des différents unités figurales possibles 2D, 1D dans une figure. » (Duval)

III.2. ENJEUX DE FORMULATION, VERS LA CONSTRUCTION D'UN LANGAGE GÉOMÉTRIQUE

CONSTRUCTION UNE GÉOMÉTRIE THÉORIQUE EN APPUI SUR UNE GÉOMÉTRIE PHYSIQUE DE L'ANALYSE INSTRUMENTÉE DE DESSIN À LA CONSTRUCTION D'UNE LANGAGE GÉOMÉTRIQUE

□ Des enjeux d'apprentissage langagiers

- Désigner les objets géométriques mobilisés dans la situation d'action
- Articuler discours mathématique et organisation de l'analyse géométrique visuelle des dessins (DI/DD)
- Passer de la description pragmatique d'une figure à une analyse qui permette de la caractériser (définir) géométriquement

CONSTRUCTION UNE GÉOMÉTRIE THÉORIQUE EN APPUI SUR UNE GÉOMÉTRIE PHYSIQUE DE L'ANALYSE INSTRUMENTÉE DE DESSIN À LA CONSTRUCTION D'UNE LANGAGE GÉOMÉTRIQUE

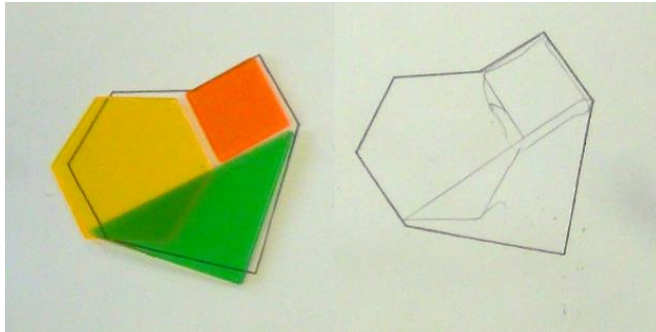
□ Des enjeux d'apprentissage langagiers

- Désigner les objets géométriques mobilisés dans la situation d'action
- Articuler discours mathématique et organisation de l'analyse géométrique visuelle des dessins(DI/DD)
- Passer de la description pragmatique d'une figure à une analyse qui permette de la caractériser (définir) géométriquement

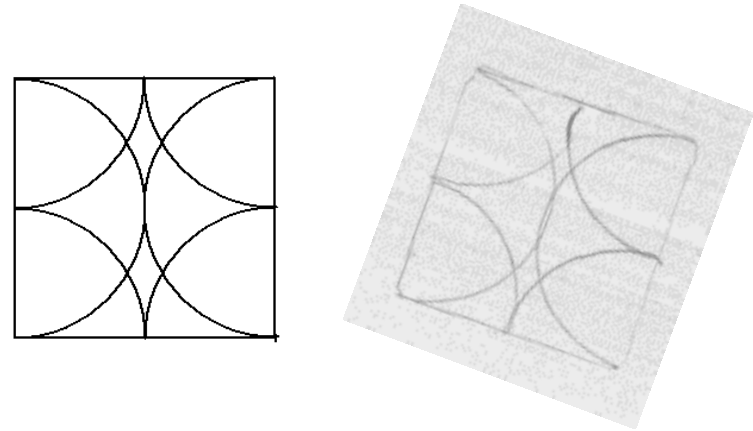
CONSTRUCTION D'UN LANGAGE GÉOMÉTRIQUE : QUELLES CONNAISSANCES SPÉCIFIQUES À LA FORMULATION ?

Passer de l'analyse instrumentée de dessins à la construction d'un langage portant l'analyse géométrique de figures : quels types de connaissances en jeu ?

Exemples



Décomposer ou reproduire une forme en un assemblage par superposition (gabarits-surfaces ou gabarits-contours)



Gabarits : carré, demi et quarts de disque

Formuler l'analyse géométrique de la figure mobilisée pour la reproduction

- Désignation des formes (2D; 1D/2D) : rectangle, disque/cercle, triangle
- Désignation de relations entre les sous-unités figurales de dim 2, 1D/2D
 - ✓ Superposées / juxtaposées
 - ✓ Coin, bord contre bord
 - ✓ Bords communs : *double désignation* de certains bords (bord d'un demi-disque / bord d'un carré)
(Opération fondatrice de toute activité mathématique (Duval))

EXEMPLES DE SITUATIONS DE FORMULATION AUTOUR DE REPRODUCTIONS DE FIGURE

- **Situation d'action** : un sujet (un élève) élabore des connaissances implicites comme moyen d'action sur un milieu (pour l'action)
- **Situation de formulation** : le sujet (l'élève) explicite lui-même le modèle implicite de ses actions.

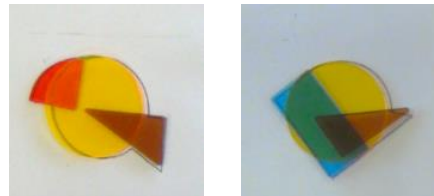
Contraintes de la situation rendent nécessaire la mise au point d'un langage que tout le monde comprenne et qui prenne en compte les objets et relations de la situation de façon adéquate

- Formulation à autrui ou à soi-même
- Action mise à distance, dans l'espace ou dans le temps

Brousseau (1998), Margolinas (2003), Bessot (2011), Bosch et Perrin Glorian (2013)

Exemples

- **Fin de cycle 1 - formulation visée: désignation des sous-éléments 2D (nom des formes)**



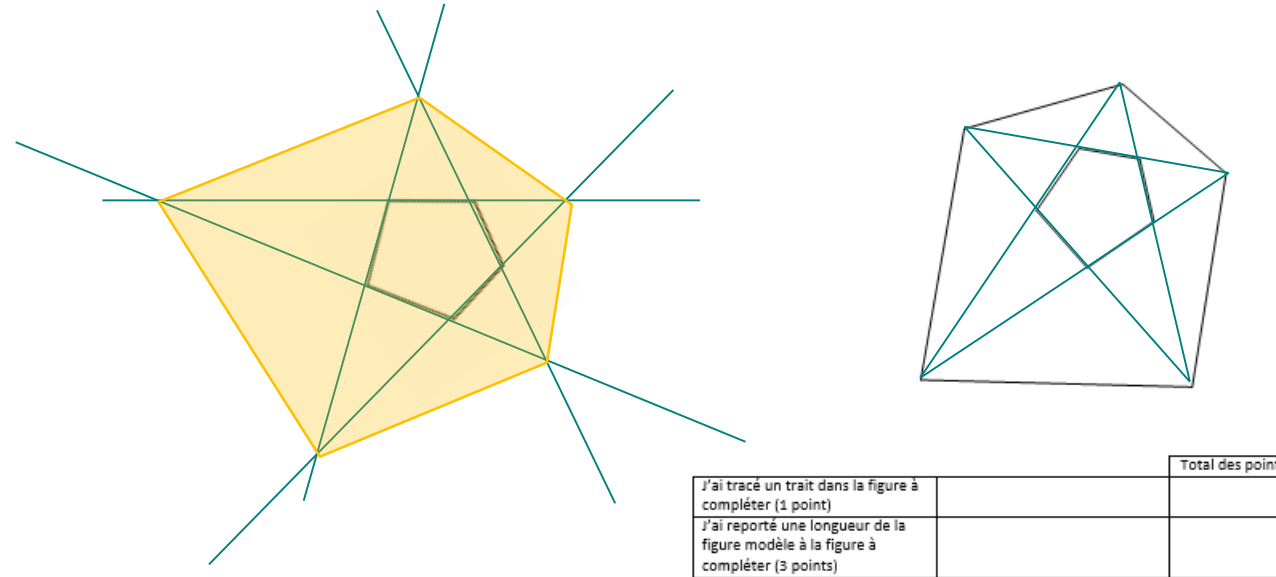
Formulation à autrui (maître), orale
Mise à distance des gabarits

Contrainte d'anticipation et de désignation des formes
Validation : Comparaison (visuelle) avec forme désirée

Des mots pour désigner des surfaces (formes 2D), des mots pour désigner des formes-contours (1D/2D)



CONSTRUCTION D'UN LANGAGE GÉOMÉTRIQUE : QUELLES CONNAISSANCES SPÉCIFIQUES À LA FORMULATION ?



CE2 – CM1 : Restauration de figures

Formuler l'analyse géométrique de la figure mobilisée pour la reproduction

- Désignation d'unités figurales de dimensions 2, 1, 0
- Désignation de relations entre ces objets géométriques
 - ✓ « Prolonger un segment en une droite, point comme intersection de droites, segments définis par deux points »...
 - ✓ Mettre en mot une *double désignation* des objets : côté de la forme 2D/segment que l'on peut prolonger ou reproduire à partir de deux points; sommets / points... (*Opération fondatrice de toute activité mathématique (Duval)*)

CONSTRUCTION D'UN LANGAGE GÉOMÉTRIQUE : QUELLES CONNAISSANCES SPÉCIFIQUES À LA FORMULATION ?

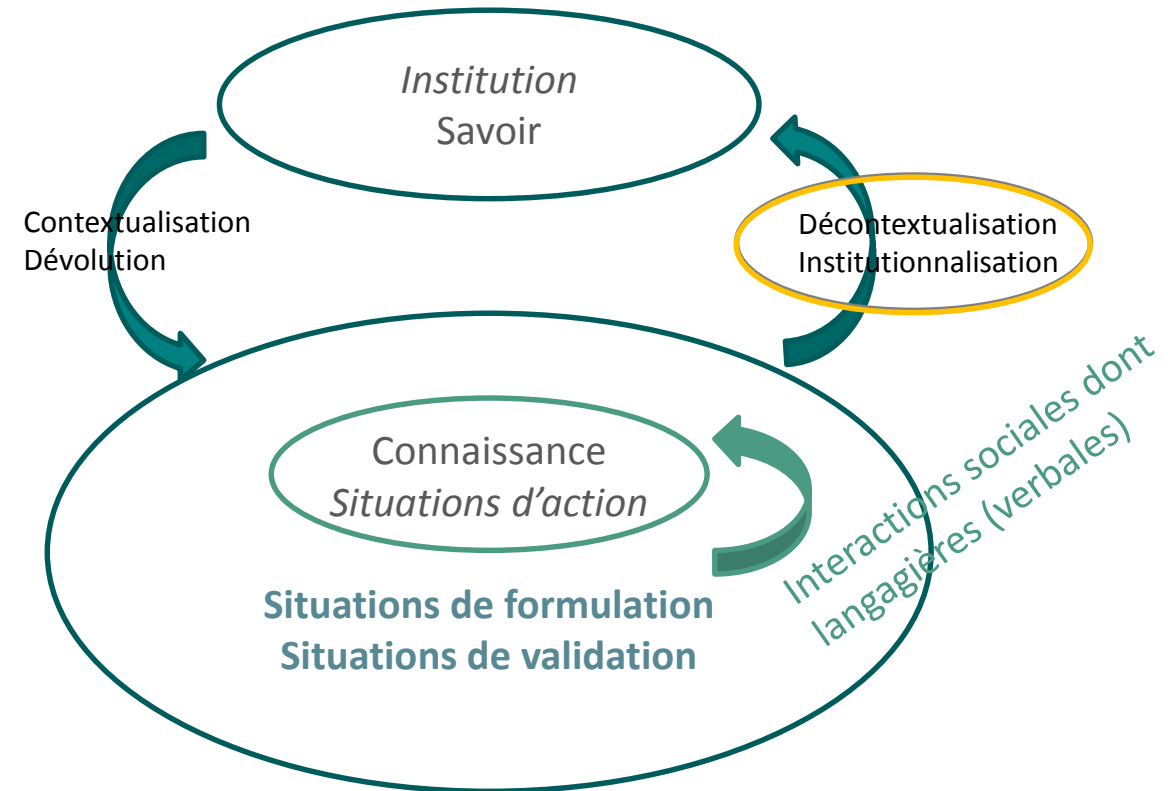
❑ De la reproduction de figures à la capacité de construire et formuler une analyse géométrique des figures : des enjeux d'apprentissage langagiers

- Désigner les objets géométriques mobilisés dans la situation d'action
- Articuler discours mathématique et organisation de l'analyse géométrique visuelle des dessins (DI/DD)
- Passer de la description pragmatique d'une figure à une analyse qui permette de la caractériser (définir) géométriquement

→ Nécessité de penser des situations rendant nécessaire une articulation entre analyse géométrique instrumentée et langagière des figures

DIALECTIQUE DE L'ACTION, DE LA FORMULATION, DE LA VALIDATION

1. Quelles **fonctions cognitives du langage** et des interactions langagières lors de la confrontation effective des élèves à des **situations d'action** ?
2. Quelles possibilités et potentialités d'une instanciation de la **dialectique de l'action, de la formulation et de la validation** ?
3. Comment s'opèrent et peuvent d'opérer les processus d'**institutionnalisation**, de transformation de connaissances en savoirs (dépersonnalisation, décontextualisation...)?



- **Situation d'action** : un sujet (un élève) élabore des connaissances implicites comme moyen d'action sur un milieu (pour l'action)
- **Situation de formulation** : le sujet (l'élève) explicite lui-même le modèle implicite de ses actions.

Contraintes de la situation rendent nécessaire la mise au point d'un langage que tout le monde comprenne et qui prenne en compte les objets et relations de la situation de façon adéquate

- Formulation à autrui ou à soi-même
- Action mise à distance, dans l'espace ou dans le temps

Brousseau (1998), Margolinas (2003), Bessot (2011), Bosch et Perrin Glorian (2013)

EXEMPLES DE SITUATIONS DE FORMULATION AUTOUR DE REPRODUCTIONS DE FIGURES

- **Situation d'action** : un sujet (un élève) élabore des connaissances implicites comme moyen d'action sur un milieu (pour l'action)
- **Situation de formulation** : le sujet (l'élève) explicite lui-même le modèle implicite de ses actions.

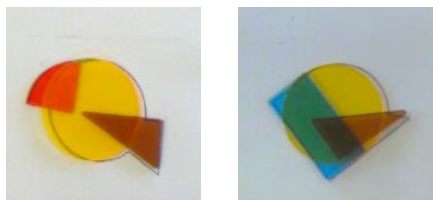
Contraintes de la situation rendent nécessaire la mise au point d'un langage que tout le monde comprenne et qui prenne en compte les objets et relations de la situation de façon adéquate

- Formulation à autrui ou à soi-même
- Action mise à distance, dans l'espace ou dans le temps

Brousseau (1998), Margolinas (2003), Bessot (2011), Bosch et Perrin Glorian (2013)

Exemples

- **Fin de cycle 1 - formulation visée: désignation de relations entre des sous-éléments 2D dans assemblages**

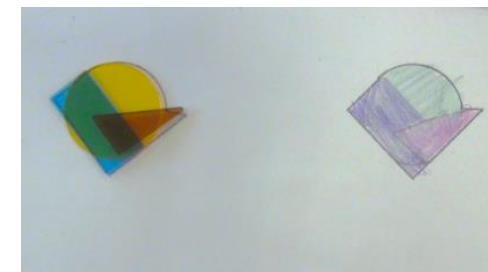
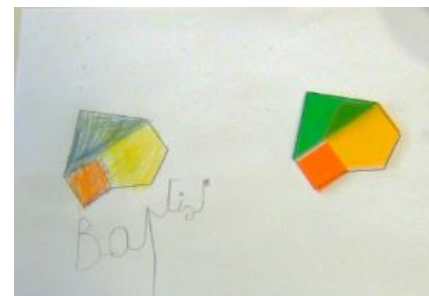


Formulation à autrui (autre élève)

Produire un message (écrit, dessin) qui permette à quelqu'un de reproduire son assemblage

Validation : comparaison des deux assemblages produits et étude des informations nécessaires/manquantes dans le message

Représenter les formes (2D) et leurs positions relatives



EXEMPLES DE SITUATIONS DE FORMULATION AUTOUR DE REPRODUCTIONS DE FIGURES

- **Situation d'action** : un sujet (un élève) élabore des connaissances implicites comme moyen d'action sur un milieu (pour l'action)
- **Situation de formulation** : le sujet (l'élève) explicite lui-même le modèle implicite de ses actions.

Contraintes de la situation rendent nécessaire la mise au point d'un langage que tout le monde comprenne et qui prenne en compte les objets et relations de la situation de façon adéquate

- Formulation à autrui ou à soi-même
- Action mise à distance, dans l'espace ou dans le temps

Brousseau (1998), Margolinas (2003), Bessot (2011), Bosch et Perrin Glorian (2013)

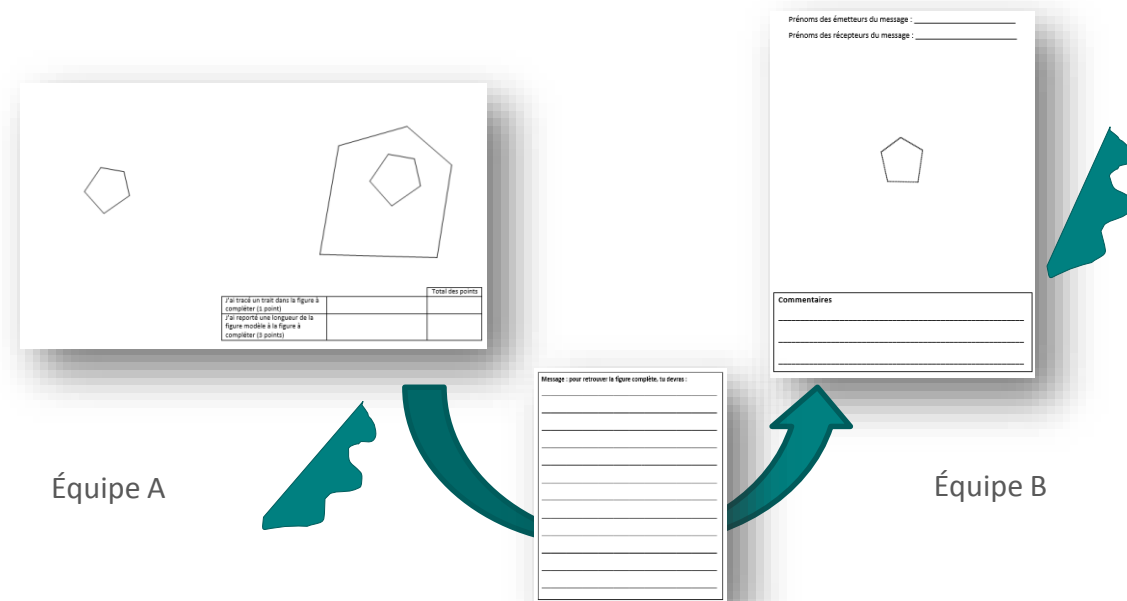
Exemples

- **Fin de cycle 3 - formulation visée: analyse géométrique de la figure**

Formulation à autrui (autre(s) élève(s)), écrite
Produire un message (verbal) qui permette à quelqu'un de construire la figure à partir de l'amorce. (figure téléphonée)

Contraintes : pas de mention d'instrument, même amorce mais orientation et échelle différentes.

Validation : comparaison des dessins modèle / produit et étude des informations nécessaires/manquantes dans le message



EXEMPLES DE SITUATIONS DE FORMULATION AUTOUR DE REPRODUCTIONS DE FIGURES

Fin de cycle 3 - formulation visée: analyse géométrique de la figure

Formulation à autrui (autre(s) élève(s)), écrite

Produire un message (verbal) qui permette à quelqu'un de construire la figure à partir de l'amorce.

Contraintes : pas de mention d'instrument, l'équipe B a la même amorce mais orientation et échelle différentes.

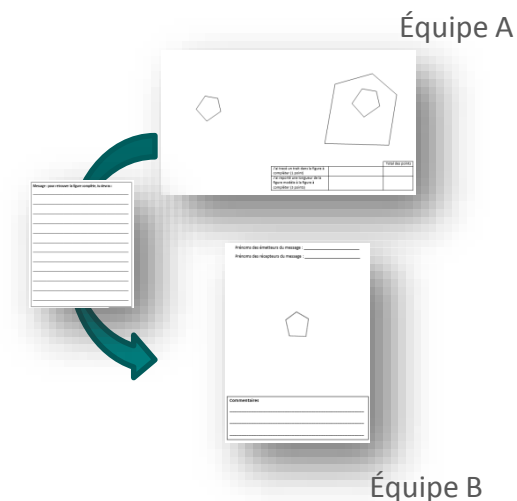
Exemple de production

The image shows a handwritten message on the left and a geometric diagram on the right. The message is written in blue ink on lined paper and describes a construction process. The diagram shows a central pentagon with lines extending from its vertices to form a larger, more complex shape.

Message : pour retrouver la figure complète, tu devras :

Vous devez prolonger les segments et former des droites. Quand vous avez fait ça ça forme une étoile. Après normalement vous avez 5 points. Ensuite vous reliez les 5 points et ça forme une maison. J'ai oublié de vous dire que ça fait 10 droites quand vous avez prolongé les segments.

Prénoms des récepteurs du message : T.



Valérie Maillot, CM1, Chamalières (63)

- Désignation d'unités figurales de dim. 1, 2 et 0
- Formulation de relations entre ces unités figurales
- Mise en jeu d'une *double désignation* de ces unités : segments/bord de formes; points / sommets de l'étoile, de la maison ...
- *Hiérarchie* dans l'émergence des unités figurales et ordre dans les relations (*appréhension séquentielle, Duval 94*)
 - Vers une organisation littéraire de l'analyse de figures (Laparra et Margolinas (2017));
 - Construction d'objets à partir de prémisses (amorce)

EXEMPLES DE SITUATIONS DE FORMULATION AUTOUR DE REPRODUCTIONS DE FIGURES

Exemples - Fin de cycle 3 - formulation visée: analyse géométrique de la figure

Formulation à autrui (autre(s) élève(s)), écrite

Produire un message (verbal) qui permette à quelqu'un de construire la figure à partir de l'amorce.

Contraintes : pas de mention d'instrument, l'équipe B a la même amorce mais orientation et échelle différentes.

➤ Variations autour de la question de la désignation des objets....

Prénom récepteur : <i>Salim</i>	CM2 - Géométrie	Date :
---------------------------------	-----------------	--------

Pour restaurer la figure (5a), tu devras :

Je trace la droite A-B, puis je trace la droite B-C, la droite C-D, la droite A-F, la droite B-G, puis je relie tout les segments, en mesurant. Car un point c'est fermé.

Prénom émetteur : <i>Prune</i>	CM2 - Géométrie	Date : <i>20-11-15</i>
--------------------------------	-----------------	------------------------

RESTAURER UNE FIGURE (5a)

Commentaire du récepteur : *J'ai fait plusieurs fois j'ai eu du mal à faire la figure et j'ai mal compris le message.*

J'ai tracé un trait sur la figure à compléter (1 point) | | | | |

J'ai reporté une longueur de la figure modèle sur la figure à compléter (3 points) | | |

Total **10**

Prénom émetteur : <i>Salim</i>	CM2 - Géométrie	Date : <i>20-11-15</i>
--------------------------------	-----------------	------------------------

RESTAURER UNE FIGURE (5b)

J'ai tracé un trait sur la figure à compléter (1 point) | | | | |

J'ai reporté une longueur de la figure modèle sur la figure à compléter (3 points) | | |

Prénom récepteur : <i>Raphaël</i>	CM2 - Géométrie	Date :
-----------------------------------	-----------------	--------

Pour restaurer la figure (5b), tu devras :

- 1- Tracer la droite FB
- 2- Tracer la droite AD
- 3- Tracer la droite DE qui forme le point H.
- 4- Tracer la droite AF
- 5- Tracer la droite HA
- 6- Reporter HI de la figure de départ
- 7- Tracer la droite DI
- 8- Tracer la droite AI

Prénom récepteur : <i>Thippolyte</i>	CM2 - Géométrie	Date : <i>20-11-2015</i>
--------------------------------------	-----------------	--------------------------

Pour restaurer la figure (5b), tu devras :

- 1- Nommer les sommets
- 2- Tracer la droite [AD]
- 3- Tracer la droite [BF]
- 4- Tracer la droite [ED]
- 5- Nommer le nouveau point : H
- 6- Tracer la droite [AH]
- 7- Reporter la droite [AI]
- 8- Tracer la droite [ID]

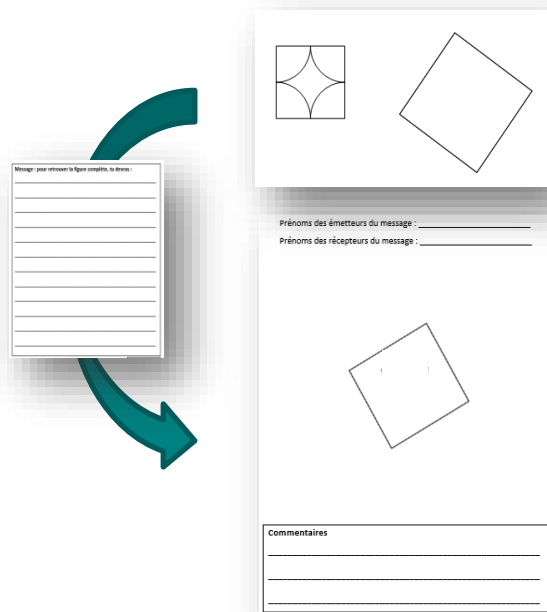
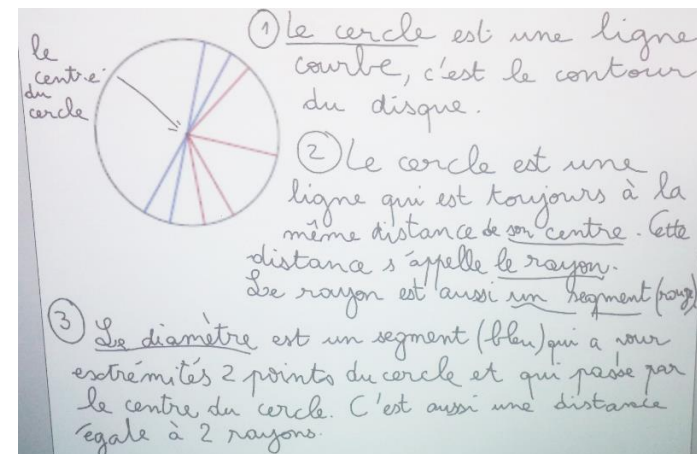
Commentaire du récepteur : *Description très compréhensible et la réussite à refaire la figure sans difficulté.*

EXEMPLES DE SITUATIONS DE FORMULATION AUTOUR DE REPRODUCTIONS DE FIGURES

Exemples - Fin de cycle 3 - formulation visée: analyse géométrique de la figure

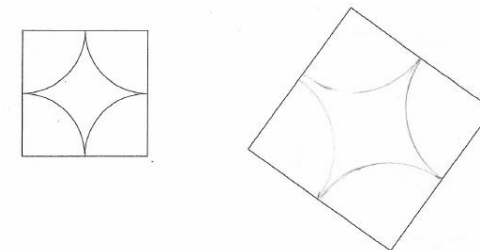
Une activité complexe et difficile !

1. Situation de reproduction de figure (complexe, cercle, jeu sur instruments – gabarits de disque, de morceau de disque, compas) (Bulf & Celi, 2016; TD Bulf et Celi)
2. Phase d'institutionnalisation
3. Situation de formulation



Message A :

Bonjour trouver la moitié des quatre côtés du carré.
trouver les milieux des 4 côtés du carré
ensuite tracer les gabarits des cercles en trouvant le centre qui sont des sommets



Formulation d'une désignation des sous-unités et de leurs relations (opérateur)

→ Passer de propriétés *descriptives* à des propriétés *définitoires* de la figure et des sous-unités figurales à prendre en compte

Difficile à anticiper pour les élèves qui produisent le message

Difficulté de la gestion de la phase de validation (comparaison des dessins modèle / produit et étude des informations nécessaires/manquantes dans le message)

Rappels : enjeux d'apprentissage du passage de la reproduction de figures à un langage portant une analyse géométrique de figures

- Désigner les objets géométriques mobilisés dans la situation d'action
- Articuler discours mathématique et organisation de l'analyse géométrique visuelle des figures (DI/DD)
- **Passer de la description pragmatique d'une figure à une analyse qui permette de la caractériser (définir) géométriquement**

→ **Des situations visant à dévoluer aux élèves la question la validité de l'analyse géométrique formulée (caractère nécessaire et suffisant)**

- **complète (nombre et nature des sous-unités figurales considérées)**
- **opératoire (relations et hiérarchie)**
- **définitoire de la figure et de ses sous-unités figurales**

*III.3. SITUATIONS DE VALIDATION,
EN APPUI SUR LA REPRODUCTION DE FIGURE ET LA FORMULATION DE SON ANALYSE*

- **Situation d'action** : un sujet (un élève) élabore des connaissances implicites comme moyen d'action sur un milieu (pour l'action)
- **Situation de formulation** : le sujet (l'élève) explicite lui-même le modèle implicite de ses actions.
- **Situation de validation** : la validation empirique venant du milieu devient insuffisante. Le sujet, pour convaincre un opposant, doit élaborer des preuves intellectuelles. Deux joueurs qui s'affrontent à propos d'un objet d'étude, un proposant, un opposant.

Brousseau (1998), Bessot (2011)

❑ La validité de l'analyse géométrique devient objet d'étude

Renversement de la fonction du dessin par rapport à l'analyse géométrique langagière (représentation dans registre langagier) de *représentation principale* (autosuffisante) à *représentation auxiliaire* (Duval, 2005, p.34)

- *Dessin considéré comme représentation principale, autosuffisante de la figure* : l'analyse langagière remplit une fonction de description (d'un état, d'une représentation, d'une relation)
- *Analyse langagière considérée comme représentation principale, autosuffisante de la figure* : le dessin à une fonction d'illustration comme exemple ou contre-exemple.

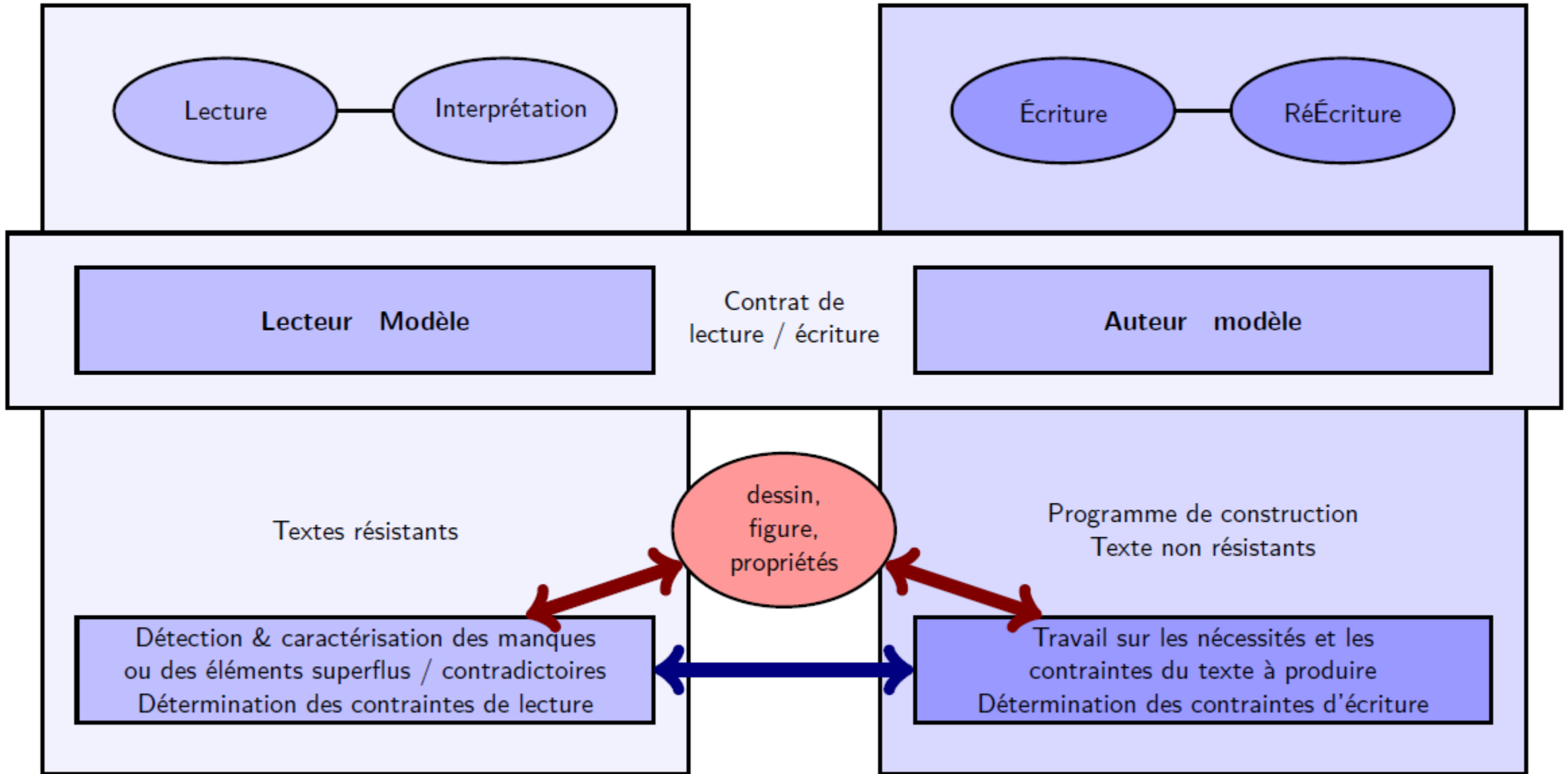
« La production d'un contre-exemple constitue la situation où l'articulation entre visualisation et formulation est la plus significative puisque la figure [le dessin] est alors un exemple qui prend la valeur mathématique de preuve (...) Une figure prend la valeur mathématique de preuve quand elle réfute une proposition avancée comme conjecture » (Duval, 2005, p.35)

- ❑ La déconstruction dimensionnelle est un processus discursif qui pilote la visualisation
 - Nécessité de travailler spécifiquement la dimension discursive de cette activité
 - Maintien d'un lien entre cette dimension et un travail sur le dessin

- ❑ Hypothèse: entrée par l'étude de textes, avec des outils théoriques *ad hoc*, plutôt que par le dessin
 - Raisons théoriques: aspects spécifiques au texte à prendre en charge explicitement
 - Raisons pragmatiques: meilleure maîtrise du milieu, limiter la contingence

- ❑ Principe de construction de ces situations (Mithalal et Moulin, 2016)
 - Étude de la validité de textes décrivant des dessins
 - Les caractéristiques de ces textes font l'objet d'une analyse a priori à l'aide d'outils théoriques *ad hoc* (Tauveron, 2001)
 - La production de dessin par les élèves donne des rétroactions quant à la validité des textes, qu'il s'agit d'explicitier.

VERS DES SITUATIONS DE VALIDATION RELATIVES À L'ANALYSE GÉOMÉTRIQUE DES DESSINS

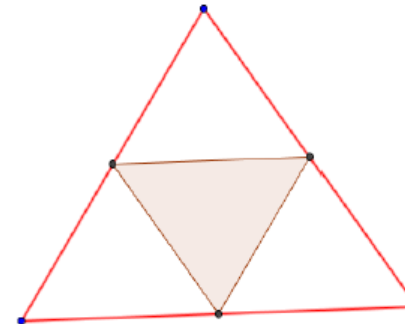


Travail exploratoire sur 4 séances

Séance 1

Des élèves ont essayé d'écrire des explications pour vous permettre de retrouver les figures qu'ils voyaient. Saurez-vous reconstruire ces deux figures en respectant les programmes de construction ?

D'abord il faut construire un triangle. Au milieu du segment [BC], tu dois construire un point que tu appelleras D. Puis, il faut faire pareil sur les deux autres côtés, et comme ça à la fin tu as trois points sur les côtés du triangle. Pour finir, tu dois relier les trois points entre eux, pour faire un petit triangle à l'intérieur du grand triangle. Le petit triangle s'appelle DEF.

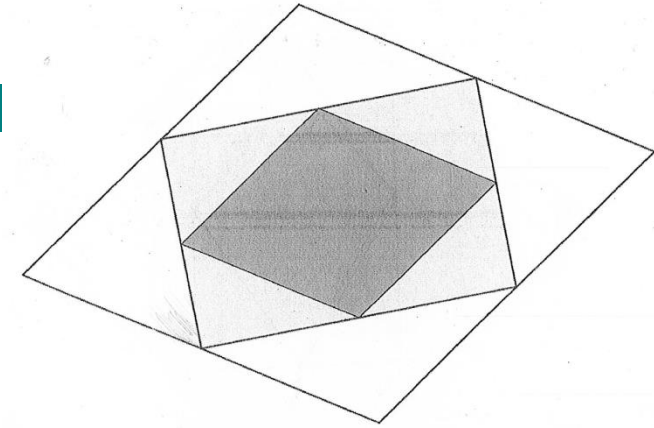


Voici la figure que les deux élèves avaient pour écrire leurs explications.

As-tu réalisé la même figure ? Si ce n'est pas le cas, peux-tu expliquer ce qu'il y a de différent ?

Travail exploratoire sur 4 séances: séance 3

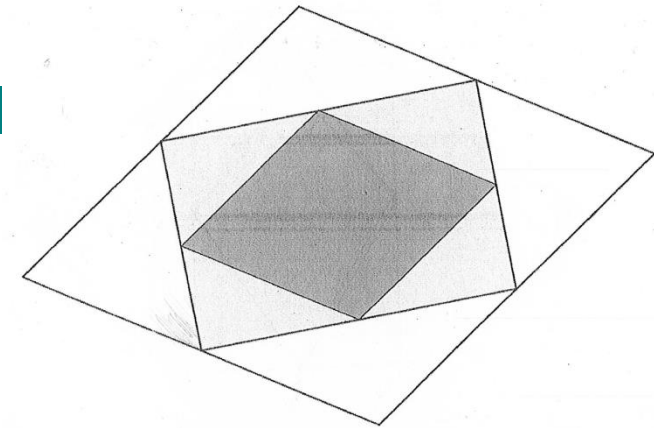
Vous avez sur cette feuille un modèle de dessin. Vous devez expliquer comment il est possible de le construire en utilisant une règle graduée et une équerre, en écrivant votre texte sur la deuxième page. Votre texte sera lu par vos camarades, qui devront reconstruire le même dessin.



On doit tracer un grand losange / puis on
doit tracer un rectangle de longueur de 8cm et 3cm
ou de longueur et 5cm et 4mm. Puis on trace
un petit losange.

- les arêtes précises?
- Où place-t-on le rectangle?
- Où place-t-on le petit losange?
- les dimensions des losanges ne sont pas notées.
- Quel sorte de losanges?
- Les Comment trace-t-on un losange?

Travail exploratoire sur 4 séances: séance 3

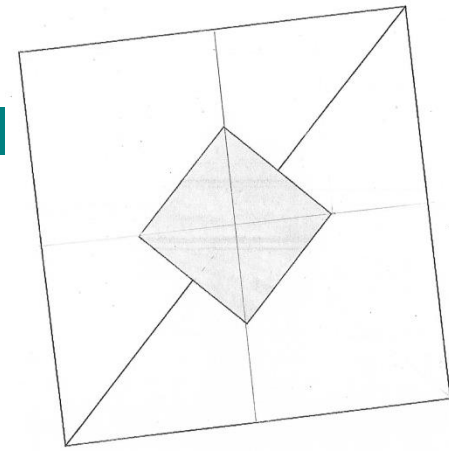


La figure est construite d'un rectangle,
le losange mesure 10 cm le grand, le
rectangle mesure grand mesure 8 cm.
Il y a 2 losange, le petit losange
mesure 5 cm ^{les 4 côtés} et le grand losange mesure
10 cm ^{les 4 côtés}. Il y a 4 angles droits, il y a
4 parallèles qui se trouve dans
le rectangle

J'ai pas compris c'est n'étai pas correct
appart les 2^{ème} ligne le grand rectangle
mesure mesure? Il y a 4 angle

UN EXEMPLE EN CM1-CM2

Travail exploratoire sur 4 séances: séance 3



Marque deux points que tu appelleras A et B et trace un segment.

Marque deux points que tu appelleras C et D à 5 cm et 4 mm du

segment (AB) et trace le segment. Puis trace un segment A et C
et on doit avoir un ^{perpendiculaire} _{à l'air} à droite

et B et D. mesure le segment (AC) et (BD) et place un point au

milieu du segment (AC) que tu appelleras E. fais la même chose

avec le segment (BD) que tu appelleras G et Met un point au milieu

du segment (CD) que tu appelleras H. Place un point au

milieu du segment (AB) que tu appelleras F. Relie les

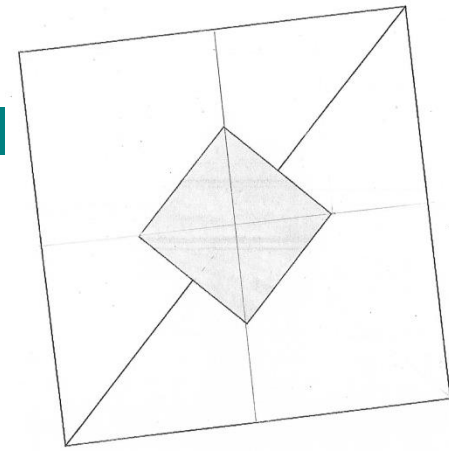
points (E, F, G, H) et obtiendras un losange. Trace une droite

qui passe par B qui mesure 9 cm et 9 mm. fais la même chose

avec les points (A, C, D) et tu obtiendras un autre losange.

UN EXEMPLE EN CM1-CM2

Travail exploratoire sur 4 séances: séance 3



Tracez une droite "d1". Tracez une droite "d2" parallèle à "d1". L'écart doit être de 13 cm et de 7 mm.

Tracez une "d3" en passant par les extrémités en haut des deux droites déjà tracées. Tracez une droite parallèle à

"d3", vous obtenez un carré. Tracez la diagonale qui passe d'en haut à droite à en bas à gauche. Situez un

point "Z" au milieu de la diagonale. et 8 cm et 4 mm,

du point "Z", placez le point "A". Faites pareil de l'autre

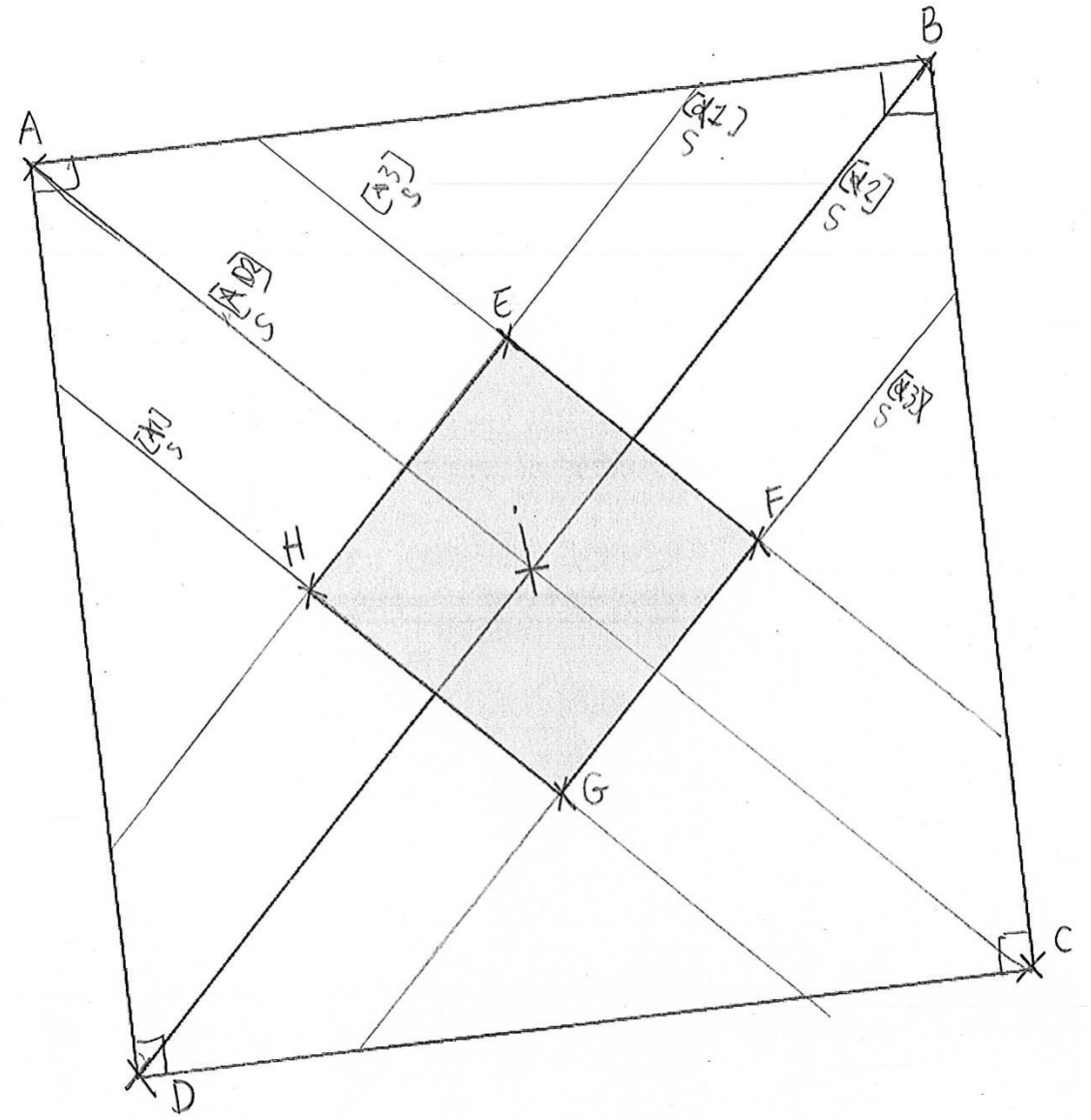
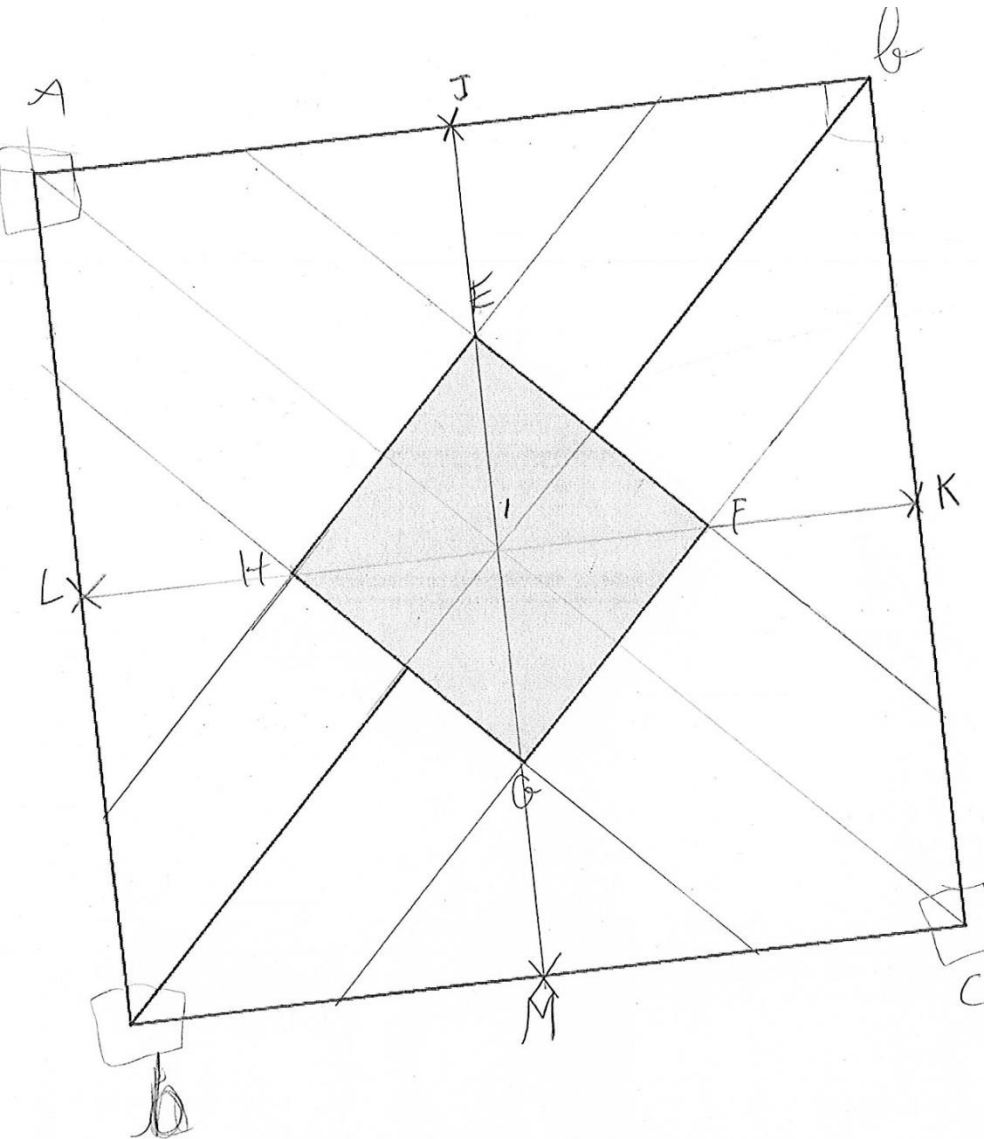
côté du point "Z", mais appelez-le "B". Tracez un segment

de 4 cm et 9 mm en passant par le point (le point "A" doit être au milieu du segment).

Pareil pour le point "B".

Terminez de tracer ce carré. Gommez le trait dans le petit carré.

Travail exploratoire sur 4 séances: séance 3



BILAN ET PERSPECTIVES

- Un travail de recherche, collectif, qui a permis de mettre en lumière des savoirs géométriques transparents (Margolinas, 2011) relatifs à l'interprétation et au traitement géométrique de dessins
- Des éléments fondateurs pour penser l'enseignement de la géométrie dans une continuité de la maternelle au début du collège, et en faisant de la géométrie physique le lieu d'une entrée progressive dans une géométrie théorique.
- Une entrée par l'action sur le sensible en dialogue avec une activité discursive qui dépasse très largement la dimension lexicale qui nous semble secondaire.
- Des outils méthodologiques pour aborder les évolutions consubstantielles des modalités d'action sur le sensible, d'analyse des dessins, de parler, en lien avec une élaboration conceptuelle progressive.

Axes de recherche actuels

- Dialectique action/formulation/validation
- Institutionnalisation (Allard, 2015; Bateau, à paraître)
 - Sous quelle forme institutionnaliser ces savoirs?
 - Portent-elle sur les objets géométriques, sur des manières d'agir spécifiques à la géométrie, sur l'aspect discursif de l'activité ?
- Formation des enseignants (Mangiante)